UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CARLESOM DOS SANTOS PIANO

ESTÓRIAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA:
uma análise do discurso matemático escolar em livros paradidáticos

MARABÁ/PA
2020

CARLESOM DOS SANTOS PIANO

ESTÓRIAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA:
uma análise do discurso matemático escolar em livros paradidáticos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, como requisito para obtenção do grau de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo

MARABÁ/PA
2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Setorial Campus do Tauarizinho da Unifesspa

Piano, Carlesom dos Santos
Estórias que ensinam matemática: uma análise do discurso matemático escolar em livros paradidáticos / Carlesom dos Santos Piano ; orientador, Ronaldo Barros Ripardo. — Marabá, PA : [s. n.], 2020.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Marabá, 2020.

1. Matemática na literatura. 2. Matemática recreativa. 3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Livros. 5. Análise do discurso. I. Ripardo, Ronaldo Barros, orient. II. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. III. Título.

CDD: 22. ed.: 510

Elaborado por Alessandra Helena da Mata Nunes - CRB2/586

UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Ata n. 1 - Defesa de Mestrado

Ao trigésimo dia do mês junho do ano de 2020, às 9:30 horas, reuniu-se a Banca Examinadora composta pelos pesquisadores Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo (presidente e orientador), Prof. Dr. Emerson Batista Gomes (membro interno) e Prof. Dr. Gilmar Bueno Santos (membro externo). A banca avaliou a proposta de dissertação do mestrando CARLESOM DOS SANTOS PIANO, intitulada "ESTÓRIAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA: UM OLHAR PARA O DISCURSO MATEMÁTICO EM LIVROS PARADIDÁTICOS". Aberta a sessão pelo presidente da banca, coube ao candidato, na forma regimental, expor o tema de sua dissertação dentro do tempo regulamentar, sendo em seguida arguido pelos examinadores, que consideraram a proposta de dissertação APROVADA, com a recomendação de publicação de dois artigos. Nada mais havendo a tratar, a sessão foi encerrada às 12 horas, dela sendo lavrada a presente ata, que segue assinada pela Banca Examinadora e pelo mestrando.

Marabá, 30 de junho de 2020.

____
Carlesom dos Santos Piano (Unifesspa)

____
Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo (Unifesspa)

____
Prof. Dr. Emerson Batista Gomes (Uepa)

____
Prof. Dr. Gilmar Bueno Santos (Unifesspa)

Dedico esta realização *a Deus*:
Por ser essencial em minha vida,
Às mulheres que me ajudaram nesta jornada:
Minha esposa e filha (meus alicerces):
Jhéssica Elayne Piano e Laura Piano.
Minha mãe (meu exemplo de vida e de luta)
Darina Barros (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Agradecer é admitir que em algum momento se precisou de alguém; é reconhecer que não possuímos o dom de ser autossuficientes e que ninguém faz nada sozinho. Precisamos de pessoas que nos ofereçam um olhar de apoio, uma palavra de estímulo, um gesto de compreensão, uma atitude de amor.

Tudo isso foi proporcionado a mim por todas as pessoas com as quais convivi nesse período de estudos e muito mais de perto pela minha esposa, Jhéssica Elayne Piano, por compreender minha ausência, mesmo presente, em virtude da dedicação aos estudos e pelos constantes deslocamentos para estudar. Em nenhum momento da minha vida acadêmica e profissional você foi empecilho, pelo contrário, você sempre foi minha maior incentivadora. Foi paciente em todos os momentos, disponível e dedicada nas leituras e correções ortográficas dos textos que eu escrevia. Com seu abraço e cuidados foi minha maior motivadora, e se muitas vezes pensei em não continuar, chegava e me dava forças para enfrentar o dia e continuar no dia seguinte. Esse título também é seu. Eu amo você. Meu muito Obrigado!

O crescimento do ser humano depende do alicerce em que ele está apoiado, por isso não tenho palavras para agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Ronaldo Barros Ripardo, a quem carinhosamente chamo de Ripardo. Foram vários momentos de buscas constantes, lágrimas, “raivinhas”, sorrisos, ideias, sonhos partilhados entre nós que fizeram com que eu tivesse outro olhar para o mundo. Tenho muito a agradecer a você, principalmente por acreditar e confiar nas minhas ideias e compartilhar comigo o mundo da pesquisa. Obrigado!

Agradeço aos meus colegas de Mestrado por se constituírem diferentes enquanto pessoas e tão iguais em suas essências. Aprendemos a respeitar as diferenças e a admirar a beleza íntima de cada um. E quando duvidarmos ou sentirmos receio de enfrentar o futuro, surgirá em nossa frente a certeza que tudo valeu a pena, pois a diversidade constituiu nossa formação através de diferentes olhares para uma mesma realidade.

Minha gratidão a todos os professores do PPGECM, em especial, Ana Cristina Viana Campos, Caio Maximino de Oliveira, Emerson Batista Gomes, Lucélia Cardoso Cavalcante e Narciso das Neves Soares, que contribuíram na minha formação e pelo incentivo, dedicação e presteza no auxílio às discussões em suas disciplinas, nos mostrando a importância do trabalho em grupo na consolidação dos conhecimentos. O desprendimento de vocês e o espírito inovador e empreendedor na tarefa de multiplicar seus conhecimentos fizeram a diferença. Estendo essa gratidão ao Professor Doutor Gilmar Bueno Santos por aceitar o convite para participar da minha banca e pelas ricas contribuições para a finalização da minha pesquisa.

Agradeço os meus alunos e meus amigos das escolas onde trabalho por suportar meu mau humor e estresse diários, por passar noites em claro estudando, além das minhas reclamações na construção dessa pesquisa quando o cansaço prevalecia. Vocês foram importantes em cada gesto, obrigado pelo carinho e compreensão que me disponibilizaram.

A toda minha família, fortalecida a cada novo sonho conquistado, em especial minha mãe Darina Barros (in memoriam) que foi a principal incentivadora de todas as minhas conquistas nesta vida. Sua força, perseverança e fé me fizeram acreditar que tudo é possível, que não devo desanimar diante dos obstáculos e fragilidades que aparecem e só tenho a ganhar quando não desisto dos meus objetivos.

Obrigado, meu pai Carlos Alberto e sua esposa Denice, que apesar da pouca instrução, sempre me incentivaram a alçar voos mais altos. Sou grato a vocês pelo incentivo e por sempre me acolher. Amo muito vocês.

Às minhas irmãs e irmão, por todos os momentos de alegria compartilhados desde a infância até os dias de hoje, mesmo quando não acompanhavam de perto minhas dificuldades, sempre me incentivaram. Em especial, agradeço a minha irmã Krisqueizer Peruchi, Criskeila Piano e Dayane Piano que não mediram esforços, juntamente com suas famílias, para me apoiarem e me incentivarem a ingressar e concluir o mestrado, pelas diversas vezes que precisaram ficar e cuidar da minha filha, por entenderem o motivo da minha ausência em diversas ocasiões. Meu muito obrigado! Aos meus sogros Rose e Zeca Gomes, por todas as orações, incentivos e apoio durante o período do curso. Em especial a minha sogra, que depois da minha mãe, se tornou a minha intercessora. Aos meus amigos, que se mostraram conscientes e respeitáveis nas ocasiões que não pudemos estar juntos.

A DEUS, o principal responsável pela conclusão desse trabalho, meu guia e minha fortaleza em todos os momentos da minha vida. Me deu força e coragem para enfrentar todas as dificuldades da minha vida, por não me deixar desanimar diante dos obstáculos e dificuldades encontradas.

PIANO, Carlesom dos Santos. **Estórias que ensinam Matemática: uma análise do para o discurso matemático escolar em livros paradidáticos**. 86 folhas. Texto de dissertação de Mestrado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Marabá. Pará. 2020.

RESUMO

Esta dissertação apresenta discussões voltadas para os aspectos do discurso matemático em livros paradidáticos de matemática, em especial, aos que são constituídos por narrativas ficcionais. De maneira específica, buscou-se analisar o discurso matemático escolar presente em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática. A pesquisa está embasada nos pressupostos teóricos de Sfard (2008) que discute a matemática e sua aprendizagem em termos discursivos, além das concepções de Marcuschi (2008) e Bronckart (1999) no tratamento da linguagem, gêneros textuais e gênero narrativo ficcional, os quais compreendem os gêneros de textos como uma realização sociodiscursiva. É uma pesquisa de abordagem qualitativa do tipo documental. Os resultados apontaram a presença de quatro tipos específicos de rotinas matemáticas, sendo elas as de resolver problemas, resolver exercícios, rotinas que exploram curiosidades e rotinas de provar. São denominadas rotinas de exploração e foram identificadas nos atos dos personagens em cada etapa das sequências narrativas analisadas. Esta pesquisa apresenta resultados relevantes para a área de educação matemática, principalmente no que se refere aos estudos de processos linguísticos em educação matemática. Poderá servir como fonte de consulta para estudantes e profissionais da área, proporcionando, dessa forma, possibilidades para aprimorar conhecimentos e, consequentemente, para melhor caracterização e produção de livros paradidáticos de matemática constituídos por narrativas ficcionais.

Palavras-Chave: Discurso matemático. Livros paradidáticos. Narrativas ficcionais. Rotinas matemáticas. Ensino e aprendizagem da Matemática.

ABSTRACT

This dissertation presents discussions focused on the aspects of mathematical discourse in mathematical paradidactic books in particular, those that are constituted by fictional narratives. In a specific way, we sought to analyze the school mathematical discourse present in fictional narratives of mathematical paradidactic books. The research is based on the theoretical assumptions of Sfard (2008) who discusses mathematics and its learning in discursive terms, in addition to the concepts of Marcuschi (2008) and Bronckart (1999) in the treatment of language, textual genres and fictional narrative genre, which understand text genres as a socio-discursive achievement. This is a qualitative research of the documentary type. The results showed the presence of four specific types of mathematical routines, they are problem solving, solving exercises, routines that explore curiosities and testing routines. They are called exploration routines and were identified in the characters' acts at each stage of the analyzed narrative sequences. This research presents relevant results for the area of mathematics education, mainly with regard to the study of linguistic processes in mathematics education. It can serve as a source of consultation for students and professionals in the field, thus providing possibilities for improving knowledge and, consequently, for better characterization and production of mathematical paradidactic books consisting of fictional narratives.

Keywords: Mathematical speech. Paradidactic books. Fictional narratives. Mathematical routines. Teaching and learning mathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 ERA UMA VEZ… A 'ESTÓRIA' DA PESQUISA

Os estudos em Educação Matemática começaram a consolidar-se, no Brasil, a partir de 1988, ano em que iniciou-se a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Desde a sua fundação, a SBEM tem diante de si diversos desafios, alguns dos quais são a busca por respostas, principalmente, a respeito de currículo de matemática, formação de professores, livros didáticos, o uso de novas tecnologias e metodologias educacionais.

As pesquisas voltadas aos processos de ensino e aprendizagem e os mais diversos "atores sociais" envolvidos nestes contextos desvelam a necessidade e importância de novos olhares e abordagens para fins de aperfeiçoamento e reflexões críticas destes processos. Nesse contexto, a Educação Matemática caracteriza-se na busca por soluções e alternativas que viabilizam o ensino de matemática envolvendo conteúdo específicos com ideias pedagógicas, a partir de referências teóricas consolidadas (FLEMMING et al, 2005).

Como meio de divulgação destes estudos, tem-se o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Realizado pela SBEM, o seminário é um fórum de divulgação de estudos e pesquisas em educação matemática. A sua finalidade é facilitar o intercâmbio entre os grupos de pesquisas que, em diferentes países, dedicam-se às pesquisas na área da Educação Matemática, oferecendo-lhes a possibilidade de conhecer as investigações que são realizadas em diferentes instituições de ensino e pesquisa. O SIPEM é constituído por Grupos de Trabalhos (GT), que divulgam textos nas mais diversas tendências em educação matemática, tornando-se, assim, uma das principais atividades realizadas pela SBEM, fazendo com que a produção científica brasileira seja mais conhecida.

Nos mais diversos grupos de trabalhos que constituem o SIPEM, têm-se o GT 09 que discute pesquisas sobre os Processos Cognitivos e Linguísticos em Educação Matemática. No âmbito da linguagem, as discussões propostas por esse grupo possuem influência em diversos contextos, dentre elas, as possibilidades pedagógicas da linguagem oral e escrita no processo de aprendizagem da matemática.

Nesse contexto, entram em cena, os livros paradidáticos de matemática que são o objeto de pesquisa desta dissertação. Esta ferramenta metodológica possui diversas potencialidades no que diz respeito às práticas pedagógicas oriundas da diversidade de linguagens que pode utilizar-se, tais como a linguagens oral, escrita e visual. Nesse sentido, os paradidáticos de matemática são apontados como recursos que podem proporcionar uma aprendizagem significativa por meio da leitura e da escrita, a partir da exploração de ideias matemáticas melhorando habilidades e competências em matemática. Esses fatores se somam a outros na motivação para a escolha da temática para a construção desta pesquisa.

Os livros paradidáticos de matemática fazem parte da minha prática docente desde o período em que ainda era aluno da graduação no curso de licenciatura plena em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), campus de Marabá. Porém, durante toda minha vida escolar, apenas na graduação obtive o primeiro contato com os livros paradidáticos de matemática, entre eles, as obras “Aritmética da Emília” de Monteiro Lobato e “O homem que calculava” de Malba Tahan, apegando-me a este tipo de recurso, por ter a convicção de que podem potencializar o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica.

No entanto, o despertar por esta temática emerge por meio de uma atividade desenvolvida na disciplina Tendências em Educação Matemática, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM), já no primeiro semestre do curso de mestrado no ano de 2018. Em uma das atividades desta disciplina, os discentes foram desafiados a pensar “fora da caixinha” para que pudessem refletir sobre temas desafiadores para pesquisas científicas. Neste momento obtive a ideia de analisar os livros paradidáticos.

Para mim, pensar sobre os livros paradidáticos seria um desafio, tanto como aluno de mestrado e como professor de matemática que utiliza este tipo de recurso. Diversas inquietações e questionamentos foram surgindo, fazendo-me refletir sobre a possibilidade de vislumbrar os livros paradidáticos, porém de uma forma diferenciada de outros estudos. Como poderia analisar os livros paradidáticos com um novo olhar? Ou, que problemáticas estão inseridas no âmbito da produção e uso de paradidáticos de matemática? Essas perguntas me inquietaram durante alguns meses, pois tinha consciência que o foco desta pesquisa não poderia limitar-se apenas ao estudo da relevância dos livros paradidáticos, pelo fato de já existirem pesquisas que destacam e explanam a importância deste recurso.

O primeiro passo para que se obtivesse uma resposta satisfatória a estes questionamentos foi o de realizar uma revisão de literatura, investigando pesquisas já desenvolvidas com essa temática. Um dos resultados encontrados, foi a pesquisa realizada por Dalcin (2002).

A dissertação de mestrado defendida por Dalcin (2002), intitulada “Um olhar sobre os paradidáticos de matemática” teve por objetivo analisar os livros paradidáticos de matemática destinados às séries finais do ensino fundamental, com ênfase na abordagem do conteúdo matemático por meio da articulação do texto escrito, da simbologia matemática e das imagens. A pesquisa revelou uma estreita relação entre esses três elementos que podem contribuir de maneira significativa para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, demonstrando que, muitas vezes, este recurso se constitui como uma ferramenta diferenciada para abordar conteúdos matemáticos. Porém, em outras vezes, são vistos apenas como repetições de aulas, realizadas pelos personagens. A autora caracterizou os livros paradidáticos de matemática em três tipos específicos: os que pertencem ao contexto de narrativas ficcionais, ao contexto de narrativas históricas (com enfoque na história da matemática) e ao contexto pragmático (com enfoque interdisciplinar, recheado de exercícios e desafios para o leitor).

Com base nessa categorização, delimitei esta pesquisa, apenas em analisar os livros paradidáticos que se enquadram na categoria de *narrativas ficcionais*, por ser uma categoria de livros constituídos por uma sequência de ações que aludem ao real ou ao imaginário e por utilizá-los em minha prática docente. Esse fator justifica o título deste trabalho quando evoca o termo “estória” que diz respeito aos textos narrativos ficcionais de matemática, por serem uma ferramenta que possui um aspecto lúdico, imaginário e possivelmente atraente.

No Brasil, o termo “estória” é caracterizado como um gênero narrativo de ficção, sendo considerado um termo designado para retratar fatos não verídicos. Esse termo, segundo o dicionário “Origem da palavra”, geralmente é entendido como uma forma de expressão escrita ou oral, que consiste em uma ação imaginária, tais como uma lenda, conto, fábula, novela, história em quadrinhos, dentre outras. Assim, o conceito de “estória” diz respeito a uma narração de fatos que não são reais, mas criados e imaginados. A ideia de ficção permeia a construção dessa pesquisa, pois está relacionada aos livros paradidáticos de matemática que se enquadram na categoria de narrativas ficcionais.

Considerando o livro paradidático como um recurso que possui uma rica diversidade de linguagens e compreendendo a ‘linguagem’ como um processo discursivo de interação, pretendi prosseguir nessa reflexão apresentando um olhar para os livros paradidáticos de matemática utilizando a concepção do discurso matemático, baseada nos pressupostos teóricos de Sfard (2008), que caracteriza a matemática e a aprendizagem matemática em termos discursivos.

Com base nestas considerações, foi definida a pergunta norteadora da pesquisa, a saber:

- *Que características do discurso matemático são evidenciadas em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática?*

Para responder a este problema, delineei como objetivo geral da pesquisa:

- Analisar o discurso matemático escolar presentes em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática.

De forma mais específica, pretendi

- Identificar as rotinas do discurso matemático escolar mais frequentes em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática;
- Analisar a relação entre desenvolvimento da trama das estórias ficcionais e a realização do discurso matemático escolar nos livros paradidáticos de matemática.

A abordagem desta pesquisa é qualitativa, com fundamentação teórica embasada, principalmente, em Sfard (2008), Marcuschi (2008) e Bronckart (1999). A dissertação se apresenta em cinco capítulos, além das considerações finais e do apêndice.

No *primeiro capítulo,* faço as considerações sobre problemática e justificativa da pesquisa.

No *segundo capítulo*, faço breves considerações sobre a relação da linguagem com os gêneros textuais, bem como trago um olhar para a descrição do gênero narrativo ficcional.

No *terceiro capítulo*, apresento um olhar para a matemática como um discurso, discutindo ideias acerca do discurso matemático na concepção de Sfard (2008).

No *quarto capítulo*, descrevo o percurso metodológico desta investigação.

No *quinto capítulo*, apresento os resultados da pesquisa, analisando as rotinas matemáticas mais frequentes nos livros paradidáticos, bem como caracterizando como rotinas de exploração do discurso matemático em cada etapa da sequência narrativa das estórias analisadas.

Esta pesquisa apresenta resultados relevantes para a área de educação matemática, principalmente no que se refere aos estudos de processos linguísticos em educação matemática. Poderá servir como fonte de consulta para estudantes e profissionais da área, proporcionando, dessa forma, possibilidades para aprimorar conhecimentos e, consequentemente, para melhor caracterização e produção de livros paradidáticos de matemática constituídos por narrativas ficcionais.

2 UM OLHAR PARA O GÊNERO NARRATIVO FICCIONAL

Para iniciar a construção deste trabalho, pareceu-me importante discorrer em uma breve reflexão sobre a temática que se faz presente ao longo desta dissertação: o gênero narrativo ficcional, seus elementos e suas estruturas. Sendo o objeto de pesquisa os livros paradidáticos de matemática constituídos por narrativas ficcionais, então se faz necessário responder alguns questionamentos: Quando falamos em narrativas ficcionais, do que estamos falando? Qual sua estrutura? Qual a relação da linguagem com este gênero narrativo? Neste capítulo, busco responder estes questionamentos, que tratam especificamente das características do objeto de pesquisa desta dissertação.

2.1 Linguagem e gêneros textuais

Presente em toda a história, a linguagem se tornou um referencial nas atividades humanas, estabelecendo ações comunicativas entre indivíduos. Bronckart (1999) é um dos autores que discutem essa ideia e destaca que a linguagem humana se apresenta, inicialmente, por meio de interações, que estão relacionadas às atividades sociais, sendo entendida como uma característica da atividade social humana, na qual sua principal função é de ordem comunicativa.

A necessidade de comunicar-se é uma característica peculiar do ser humano e, para isso, ele utiliza a linguagem. De maneira específica, considero neste trabalho, a linguagem como todo e qualquer sistema de códigos que viabiliza a comunicação entre indivíduos, além de considerá-la como a principal responsável por organizar as ações humanas. Durante toda a vida de um determinado indivíduo, imerso em um contexto movido por trocas e experiências, adquire conhecimentos por meio de suas relações, principalmente, mediante o uso da linguagem em suas diferentes práticas sociais.

No mesmo sentido, Vygotsky (1998) entende a linguagem como uma construção social que está diretamente relacionada à comunicação e expressão. O autor postula que a linguagem está totalmente ligada ao pensamento, por meio de um sistema simbólico imerso em diferentes tipos de práticas sociais. Neste caso, a comunicação também é vista como um processo social que ocorre em interações por meio da linguagem.

A linguagem permite a comunicação e organiza o pensamento. Isto faz com que torne possível a expressão e a transmissão daquilo que se pensa de maneira compreensível. Bronckart (1999 diz que toda língua se apresenta como um acúmulo de signos, no qual estão inseridos como produtos de relação com o meio, elaborados e negociados pelas gerações precedentes. Sem as devidas intervenções sociais, nenhum indivíduo se tornaria capaz de construir sua própria linguagem. Por isso, quando se entende que a linguagem é objeto do pensamento e elemento da comunicação social, é possível dizer que não existe sociedade sem comunicação e consequentemente, sem linguagem.

Em consonância com essa concepção, compreendo a linguagem como mediadora de atividades sociais que pode ser organizada na forma de texto ou discursos orais. Assim sendo, a organização social é produzida via linguagem, caracterizada por meio de um sistema simbólico enraizado nas mais diversas práticas sociais do ser humano. Em outras palavras, a linguagem é um instrumento complexo que viabiliza a comunicação e a vida em sociedade. Sem ela, o ser humano não é social, nem cultural. A fala humana, por exemplo, é o comportamento do uso de signos mais importante ao longo do desenvolvimento da espécie humana.

Em toda sociedade, os indivíduos, por intermédio de enunciados, utilizam-se de diferentes expressões e gêneros textuais com o intuito de serem compreendidos em suas relações sociais. Por isso, os gêneros textuais são considerados importantes instrumentos de comunicação numa sociedade fazendo parte de todas as esferas do mundo contemporâneo. Neste caso, é necessário que todo indivíduo se torne um cidadão crítico e consciente de seu papel, fazendo uso das diversas maneiras existentes de comunicação que é mediada por textos.

A ideia de que é impossível comunicar-se verbalmente sem a utilização de algum tipo de gênero textual é defendida por Bronckart (1999). Esta concepção também é adotada por diversos autores que estudam a língua em seus aspectos discursivos e enunciativos, e não se reservam apenas aos estudos de suas próprias peculiaridades formais.

Marcuschi (2008) também defende a ideia de que “é impossível não se comunicar verbalmente por algum gênero, assim como é impossível não se comunicar verbalmente por algum texto” (p. 154). De acordo com essa perspectiva, tem-se que toda ação verbal se dá por meio de textos que pertencem a algum tipo de gênero. Em outras palavras, toda comunicação verbal só pode ocorrer por meio de um gênero textual.

Bronckart (1999) destaca que o gênero está diretamente ligado às propriedades sócio-histórico da língua. Devido às necessidades humanas, os indivíduos geralmente se concentram em grupos sociais em função de diversos objetivos comuns, de modo que possam elaborar textos construídos de acordo com as mais diferentes características dos indivíduos (classe social, faixa etária, profissão, dentre outras) tendo como suporte os gêneros disponíveis. Neste caso, os textos podem manifestar-se de forma variada, apresentando características relativamente estáveis.

Por outro lado, Marcuschi (2002) compreende que "quando dominamos um gênero textual, não dominamos uma forma linguística e sim uma forma de realizar linguisticamente objetivos específicos em situações sociais particulares" (p. 29). Essa perspectiva enfatiza não o aspecto formal e estrutural da língua, mas toda sua natureza de função social e interativa.

Ainda na visão do autor, os gêneros podem ser estabelecidos em duas modalidades: a oral e a escrita. Nesse sentido, "as diferenças entre fala e escrita se dão dentro do continuum tipológico das práticas sociais da produção textual e não na relação dicotômica de dois polos opostos" (Marcuschi, 2001, p. 37). Nesta visão, a relação da fala e escrita não é dicotômica. Assim, os gêneros textuais se diferenciam e se relacionam por meio de semelhanças entre os textos de cada modalidade (fala e escrita), ou seja, existem gêneros textuais escritos com características da fala, como por exemplo, uma carta pessoal. Doutro modo, os gêneros orais podem ocorrer com características próprias da escrita, tais como uma conferência acadêmica preparada com cuidado.

A visão de Marcuschi (2008) sobre os gêneros se apoia nas situações de interações, nos participantes e no propósito comunicativo dos textos. Para ele, as situações de interação aperfeiçoam a constituição dos gêneros textuais. Por isso, tem-se a compreensão de que os gêneros textuais emergem da necessidade de comunicação, por meio da materialização de um discurso. Compreendo que os gêneros textuais possuem a função de favorecer a organização da comunicação e facilitar as atividades comunicativas do cotidiano, aliados, em especial, aos propósitos de leitura e escrita (MARCUSCHI, 2008). Este autor destaca ainda que tais gêneros acompanham acontecimentos históricos e culturais, associados à vida cultural e social de um indivíduo, e que são construídos em várias situações de comunicação.

Entendendo os gêneros textuais como textos materializados em situações comunicativas do nosso cotidiano, possibilitando o processo de comunicação é considerado como mais um meio para a interatividade. Nesse sentido, caracterizam-se como formas verbais imersas nas mais diversas práticas sociais de uma comunidade com domínios discursivos específicos (MARCUSCHI, 2008). Os domínios discursivos são entendidos como práticas que identificam um conjunto de gêneros textuais como rotinas comunicativas institucionalizadas (Quadro 1).

DOMÍNIO DISCURSIVO	**GÊNEROS TEXTUAIS**
Literário	Ficção, lendas, histórias, romance, entre outros
Interpessoal	Cartas, bilhetes, recados, entre outros
Jornalístico	Noticia, reportagem, carta de leitor, artigo de opinião, entre outros
Publicitário	Propaganda, cartaz, entre outros
Jurídico	Requerimento, estatuto, entre outros
Instrucional	Receitas, manuais, entre outros
Acadêmico	Dissertações, teses, artigos científicos, entre outros
Religioso	Oração, reza, sermão, parábola, entre outros

Quadro 1: Exemplos de domínios discursivos e gêneros textuais
Fonte: Marcuschi, 2008

Os gêneros textuais se caracterizam como textos encontrados no cotidiano apresentando “padrões sociocomunicativos característicos definidos por composições funcionais, objetivos enunciativos e estilos concretamente realizados na integração de forças históricas, sociais, institucionais e técnicas” (MARCUSHI, 2008, p. 155).

A ideia de que os gêneros textuais emergem mediante espaços próprios de cada grupo social e que embora sejam meios de comunicação, a sua utilização está diretamente ligada aos domínios discursivos de determinada esfera de circulação social relacionada às necessidades de cada indivíduo. Daí se tem que a comunicação ocorre por via da linguagem e se manifesta por meio de um gênero textual, além de que estes regulam ações da linguagem oral e escrita. Assim, o gênero textual é composto pelos elementos de comunicação enraizados nas experiências humanas, modificando-se a partir das necessidades existentes numa sociedade para a efetivação da comunicação e, consequentemente, da interatividade.

2.2 O gênero narrativo ficcional

De acordo com o dicionário “Origem da Palavra”[1], o termo ficção é oriundo do latim *fictio*, que significa “ato de dar forma”, que diz respeito, metaforicamente, a um fingimento ou uma inverdade. Outra definição dicionarizada[2] atribui o significado de ficção como criação ou invenção de coisas imaginárias, uma fantasia.

Por outro lado, o termo “narrar” se refere ao ato de contar histórias que podem ser reais ou fictícias. Na antiguidade, narrar histórias era considerada um dos métodos mais eficazes para se transferir valores morais de geração em geração, principalmente na época em que as pessoas não tinham domínio da leitura e escrita.

As ideias de ficção e de narração são semelhantes, porém, em muitos casos, são confundidos. No entanto, geralmente a ficção aparece articulada à narração, mas nem toda narração é do tipo ficcional. Existem vários gêneros textuais que não são considerados ficcionais, tais como textos de imprensa, publicidades, informativos, manuais de instruções, dentre outros.

Por outro lado, a narração aparece frequentemente em textos literários, os quais os pesquisadores e estudiosos da literatura os caracterizam como gênero literário ficcionais, contrapondo àqueles que não se enquadram na categoria literária. Assim, é possível compreender que a narração aparece constantemente em textos ficcionais, como em romances, novelas, contos, prosa, dentre outros.

Bronckart (1999) considera que para um texto ser considerado como gênero narrativo é necessário que sua organização textual, oral ou escrita, seja sustentada por um “processo que consiste em selecionar e organizar os acontecimentos de modo a formar um todo, uma história ou ação completa, com início, meio e fim” (p. 220).

Nesse sentido, tem-se uma exigência mínima para um texto ser considerado do gênero narrativo, o qual é discutido por Bronckart (1999) quando o autor desenvolve um protótipo de narrativa contendo cinco fases, conforme Quadro 2:

[1] Pode ser consultado no endereço eletrônico https://origemdapalavra.com.br/
[2] Pode ser consultado no endereço eletrônico https://www.dicio.com.br/ficcao/

FASE	DESCRIÇÃO
Situação inicial	Situação em que ocorre a apresentação da história, geralmente apresentam ações de maneiras equilibradas, que podem alterar-se de acordo com a sequência da história.
Introdução de um problema/conflito	Momento em que ocorre a introdução de um problema na história gerando alguma tensão.
Ações/desenvolvimento	Refere-se aos acontecimentos que surgem devido ao problema inserido na história.
Resolução/clímax	Depois de diversas ações dos personagens, a narrativa é levada a um ponto de alta tensão ou emoção, que exige uma decisão ou desfecho para a história. É o momento em que são introduzidos os acontecimentos que tentam resolver o problema, levando a uma redução efetiva da tensão.
Situação final/desfecho	Fase em que é explícito o novo estado de equilíbrio obtido pela resolução do problema.

Quadro 2: Descrição dos principais elementos para a sequência narrativa
Fonte: Bronckart (1999)

Além dessas, o autor sugere outras duas fases que podem ser acrescentadas a essas, que são a fase de avaliação (momento em que pode ocorrer discussões a respeito do desenvolvimento da história) e a fase da moral (momento em que aparecem no texto os significados atribuídos à própria história). O autor ressalta, ainda, que as sequências narrativas podem, não necessariamente, adequar-se apenas a um número limitado de fases.

Todas as cincos etapas listadas no quadro anterior são essenciais para compor uma sequência narrativa, porém apenas três delas são consideradas necessárias e não precisam aparecer, respectivamente, nesta ordem em um texto. É comum perceber em um texto narrativo a obediência de uma sequência lógica em que, primeiramente, ocorre a descrição dos personagens e a situação inicial, seguida por complicações e reações dos personagens a estas e, por último, geralmente, acontece o desfecho com a resolução dos problemas introduzido na complicação.

Além das fases da sequência narrativa, como apresentadas anteriormente, existem também os elementos do texto que se enquadram no gênero narrativo (Quadro 3).

ELEMENTOS	CARACTERÍSTICAS
Narrador	O principal papel do narrador é contar a história. Ele é o responsável por relatar os fatos que ocorrem no desenvolvimento da trama. O narrador pode relatar os fatos a partir de perspectivas diferentes, o que pode transformá-lo em um personagem (em que o narrador participa da história), um observador (não participa da história) ou um ser onisciente (aquele que sabe de todos os fatos da história, mesmo que não participe dela. Em muitos casos, este tipo de narrador consegue narrar até mesmo os pensamentos e sentimentos dos personagens).
Tempo	É o período em que os personagens vivenciam a história e suas experiências.
Espaço	É o local em que a narrativa acontece, onde as ações se desenvolvem. É o cenário

	da história.
Enredo	É o elemento principal da narrativa, a própria história que envolve o início, desenvolvimento, clímax e desfecho.
Personagens	São seres reais ou imaginários que participam da história. São divididos em três tipos: protagonistas, antagonistas e secundários.

Quadro 3: Elementos que caracterizam o gênero narrativo
Fonte: Gancho, 2004.

O gênero narrativo ficcional é considerado como proveniente do conto, o qual é caracterizado por um enredo curto e que envolve poucos personagens. Para Dolz e Schneuwly (2011), geralmente os gêneros são organizados em grupos, em função de diversas regularidades e transferências linguísticas.

No contexto escolar os gêneros são agrupados obedecendo a três critérios: o de finalidade social, que corresponde aos objetivos sociais da comunicação oral e escrita; o de mostrar as diferenças tipológicas do texto; e por último, que eles sejam agrupados, de certa forma, homogêneos no que diz respeito às capacidades linguísticas no domínio de cada gênero.

Levando em consideração os critérios listados, Dolz e Schneuwly (2011) desenvolveram um quadro categorizando os tipos de gêneros, e quanto ao gênero narrativa ficcional (Quadro 4).

DOMÍNIOS SOCIAIS DA COMUNICAÇÃO	CAPACIDADES DE LINGUAGENS DOMINANTES	EXEMPLO DE GÊNEROS ORAIS E ESCRITOS
Cultura literária ficcional	Narrar Mimeses da ação através da criação de intriga	Conto maravilhoso Fábula Lenda Narrativa de aventura Narrativa de ficção científica Narrativa de enigma Novela fantástica Conto parodiado

Quadro 4: Aspectos tipológicos do Gênero Narrativo ficcional
Fonte: Dolz e Schneuwly (p. 102, 2011)

Embora possuam estilos diferentes, os gêneros que contemplam a capacidade da linguagem de narrar seguem a mesma sequência de fases da narrativa. Os gêneros narrativos ficcionais são criados e reconstruídos pelos indivíduos por meio, principalmente, das interações comunicativas. Diante disso, não se pode ignorar a riqueza deste instrumento no processo de ensino e aprendizagem na escolarização, pois implicaria em ignorar o que já faz parte da vida social dos indivíduos, já que estamos mergulhados no universo dos gêneros textuais.

3 MATEMÁTICA COMO DISCURSO

Sfard[3] (2008) é uma das autoras que têm buscado fundamentar alguns conceitos referentes à matemática e sua aprendizagem, caracterizando-a em termos discursivos. A autora conduz sua pesquisa no domínio das ciências da aprendizagem com foco na relação entre pensamento e comunicação, especialmente sobre o pensamento matemático propondo uma teoria própria para a Educação Matemática.

Nesta perspectiva teórica, a matemática é percebida como uma forma bem definida de comunicação, de modo mais específico, como um tipo de discurso. Este, por sua vez, diz respeito a qualquer instância da comunicação.

A comunicação é definida como uma atividade coletiva e padronizada dos discursos, de natureza repetitiva, e entendida como uma atividade que resulta de processos coletivos, ocorrendo por meio de ações e reações entre indivíduos que se comunicam (SFARD, 2008).

Sobre a aprendizagem de matemática, Sfard (2008) a compreende como um processo de mudança de discurso e que a comunicação está diretamente ligada ao pensamento e à cognição de um indivíduo.

Compreendendo a matemática como um discurso e o discurso como resultado de interações comunicativas, a busca por padrões discursivos é considerada a essência da pesquisa *comognitiva* (SFARD, 2008). O termo 'comognitivo', é um neologismo formado pelas palavras comunicação e cognição, é proposto pela autora no que tange a esse fenômeno.

A seguir, discuto acerca destes conceitos adotados pela autora, enfatizando as ideias que dizem respeito ao discurso matemático e suas características.

3.1 Pensamento, comunicação e discurso matemático

[3]Atualmente é professora de Educação na Universidade de Haifa, em Israel. Em 2007, foi a ganhadora do Prêmio Hans Freudenthal, o maior reconhecimento da comunidade internacional de Educação Matemática. No ano de 2015 foi eleita como membro internacional da Academia Nacional de Educação dos Estados Unidos. Suas contribuições para a teoria educacional vão muito além da educação matemática e seu trabalho é amplamente citado pelos teóricos da aprendizagem na comunidade acadêmica (Disponível em: https://naeducation.org/our-members/anna-sfard/).

As ideias de Sfard (2008) propõem ampliar as discussões relacionadas aos conceitos de comunicação e pensamento. A autora salienta que o pensamento é comunicação e que a comunicação está diretamente relacionada ao pensamento e à cognição de um indivíduo. O pensamento é uma maneira individual de comunicar-se, isto é, o pensamento é um ato de comunicação interpessoal, e, quando os pensamentos são verbalizados envolvendo no mínimo duas pessoas em que ocorre a troca de falas, passa a ocorrer uma interação.

O pensamento passa a ser visto como uma forma de comunicação, pois o ato de comunicar-se não acontece apenas quando um sujeito verbaliza, mas quando também pensa. Considerando que o pensamento precede a comunicação, é possível olhar para o processo de comunicação interpessoal e os processos cognitivos como diferentes manifestações de um mesmo fenômeno (SFARD, 2008).

Quanto ao pensamento, embora sendo uma ação individual, a autora acredita que se desenvolve em atividades coletivas que, quando observada através do tempo em suas manifestações diversas, demonstra repetição e, consequentemente, padrões. Acredita ainda que

> a repetição é a fonte da eficiência na comunicação. Se eu sei como reagir a uma dada ação de um interlocutor, é porque eu fui exposto a uma situação parecida antes e agora estou apto a implementar uma ação similar àquela que foi formada naquele momento (SFARD, 2008, p.195)

De maneira específica, a comunicação passa a ser entendida como uma atividade coletiva padronizada e entendida como um conjunto de ações e reações de indivíduos numa determinada comunidade. Utiliza-se, para isso, de meios para promover ações em que o indivíduo possa sentir ou agir de determinado modo, sendo considerada como um processo de troca de ideias, que envolve palavras, expressões e símbolos, por meio dos quais os indivíduos interagem, relacionando-se e influenciando-se entre si (SFARD, 2008).

Para referir-se a combinação entre pensamento e comunicação, Sfard (2008) passa a utilizar o termo ‘comognição’, por entender que a comunicação e cognição são dois processos que não podem ser entendidos separadamente. O termo ‘comognição’ se refere aos fenômenos que são tradicionalmente incluídos no termo cognição, bem como àqueles geralmente associados à comunicação interpessoal. Assim, existem inúmeras maneiras de comunicação que se diferenciam pelos padrões, objetos, mediadores e pelas regras seguidas pelos participantes.

Neste sentido, a matemática compreendida como um tipo de discurso surge da necessidade de comunicação, pois são nas atividades sociais que se materializam no discurso matemático. Pode-se dizer que os objetos do discurso matemático não são tangíveis, pois se tratam de construções discursivas que emergem no próprio discurso e não em realidades exteriores. Em outras palavras, a fala sobre objeto matemático e o próprio objeto, são respectivamente, discurso e objeto. Assim, considera-se a matemática como um discurso que se autossustenta, principalmente na forma de textos escritos. Nesse caso, a comunicação é considerada essencial para compreender-se o discurso matemático.

O termo "discurso", por exemplo, caracteriza-se por uma certa ambiguidade quanto à sua definição. Isto pode ser consequência dos seus mais variados usos, compreensões, desenvolvimentos e perspectivas em diferentes áreas de conhecimento.

Na concepção de Orlandi (2007), o discurso é entendido não apenas como um mero transmissor de informação, mas como efeito de sentido entre locutores. Dessa maneira, considera-se que o quê um indivíduo diz não resulta só de sua intenção em informar outro, mas da relação de sentidos que é estabelecida por cada um deles num contexto social e histórico. Nessa visão, o discurso é visto como uma forma de prática social por meio da qual os indivíduos podem construir ou criar realidades sociais.

Relacionado à comunicação, o discurso apresenta fundamental importância no que se refere à linguagem humana e representação do mundo. Fairclough (1992), por exemplo, entende o discurso como uma maneira de agir socialmente, na qual, a interação entre pessoas no mundo social ocorre por meio de discursos. Em termos gerais, o discurso é compreendido pelo autor como "um modo de agir, uma forma pela qual as pessoas agem em relação ao mundo e principalmente em relação às outras pessoas" (FAIRCLOUGH, 1992, p. 63). Para o autor, existe uma relação bem definida entre discurso e estrutura social. O discurso é a base de toda estrutura social, de modo que o mundo e as relações sociais obtenham significados. Nesta concepção, o discurso passa a ser entendido como uma prática social, não apenas de representar o mundo, mas de fazê-lo significar, constituindo e construindo o mundo com base em significados.

Por outro lado, na concepção de Sfard (2008), o discurso é considerado uma forma bem definida de comunicação, compreendido pela autora como qualquer ação comunicativa dentro de um determinado contexto social.

Sfard (2008) enfatiza que a matemática é um tipo de discurso. Para ela, os conceitos matemáticos geralmente são compreendidos por meio do discurso e da participação em discursos. Como o termo discurso está relacionado com a comunicação, então aprender matemática requer fazer parte do discurso matemático e tornar-se apto a fazer uma comunicação matemática consigo mesmo e também com os outros. A matemática passa a ser compreendida como um tipo de discurso e sua aprendizagem caracterizada como um processo de mudança de discurso.

Sfard (2008) propõe que aprender matemática é modificar e ampliar o próprio discurso. Está relacionada às habilidades que um indivíduo possui para produzir discursos, de modo que, quando um indivíduo aprende matemática, ele se torna capaz de produzir discurso matemático ou de inserir-se em uma comunicação acerca deste discurso.

O discurso matemático, quando exposto na forma de texto, passa a ter uma característica diferenciada de outros discursos por possuir uma estrutura bem definida que se autossustenta, em que seus objetos são próprios do discurso matemático. Isso faz com que o discurso matemático seja caracterizado pela sua capacidade de gerar seus próprios objetos. Assim, o discurso matemático, especialmente quando objetificado na forma de um texto escrito pode ser visto como um sistema estruturado em diversos níveis, e, qualquer desses níveis pode dar origem ou tornar-se um objeto de outro estrato discursivo (SFARD, 2008).

A natureza autossuficiente da matemática de gerar seus próprios objetos produz uma situação instigadora, na qual a familiaridade com o discurso de seus objetos parece ser uma pré-condição para a participação neste discurso. Porém, ao mesmo tempo, essa familiaridade só pode emergir através da participação no discurso. É possível dizer que qualquer indivíduo pode interagir no discurso matemático, independentemente do nível de discurso em que se encontra.

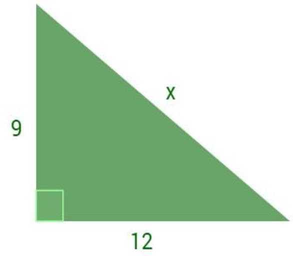
Desse modo, na possibilidade de qualquer sujeito participar do discurso matemático, Sfard (2008) caracteriza-o em três tipos específicos, discutidos a seguir.

Anna: Roni, quantos anos você tem? Roni: Sete. Anna: Quantos anos tem Moran? Roni: Doze. Anna: Ela é mais velha que você? Quantos? Roni: Eu não sei… não pensei nisso. Anna: Tente pensar sobre isso agora. Roni: Sete também? Anna: O que você quer dizer? Roni: Sete, oito, nove, dez, onze, doze [Depois de cada palavra numérica, ela inclina um dedo] ... seis.

Exemplo 1: Discurso matemático coloquial (conversação com uma menina de 7 anos)
Fonte: Sfard (p. 132, 2008)

O primeiro exemplo é um trecho de conversação entre um adulto e uma criança de 7 anos de idade numa situação cotidiana, considerado um discurso matemático coloquial. É considerado um discurso matemático coloquial aquele que se constitui em situações do dia a dia. De modo geral, discursos coloquiais são conhecidos como interações comunicativas que podem ocorrer de forma espontânea ou não, desenvolvendo-se, muitas vezes, em ações repetitivas diárias de um determinado sujeito (SFARD, 2008).

Questão: Calcule o valor do segmento desconhecido no **triângulo retângulo** a seguir.



Solução:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$x^2 = 9^2 + 12^2$$
$$x^2 = 81 + 144$$
$$x^2 = 225$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{225}$$
$$x = 15$$

Exemplo 2: Discurso matemático escolar (um problema escolar) Fonte: (https://brasilescola.uol.com.br/matematica/teorema-pitagoras.htm), acesso em 06 de junho de 2019.

O segundo exemplo é uma questão de matemática, extraída do site Brasil Escola na internet, destinada ao estudante do ensino fundamental ou médio. É considerado como discurso matemático escolar, principalmente por ser produzido neste e para este contexto. Esse discurso, geralmente, possui nos detalhes, figuras e algoritmos que podem ser utilizados para a compreensão e resolução de problemas.

Teorema: O algoritmo da divisão

Dados dois inteiros a *e* b, b > 0, *existe um único par de inteiros* q *e* r *tais que*

$$a = qb + r, \text{ com } 0 \leq r < b \qquad (r = 0 \leftrightarrow b/a)$$

(q é chamado de *quociente* e r de *resto* da divisão de a por b).

Demonstração: Pelo Teorema de Eudoxius, com b > 0, existe q satisfazendo:

$qb \leq a < (q + 1)b$

o que implica $0 \leq a - qb$ e $a - qb < b$. Desta forma se definirmos $r = a - qb$, teremos garantida, a existência de q e r. A fim de demonstrarmos a unicidade, vamos supor a existência de outro par q' e r' verificando:

$a = q'b + r'$ com $0 \leq r' < b$

Disto temos $(qb + r) - (q'b + r') = 0 \rightarrow b(q - q') = r' - r$, o que implica $b \mid (r' - r)$. Mas como $r' < b$ e $r < b$, temos $|r' - r| < b$ e, portanto, como $b \mid (r' - r)$ devemos ter $r' - r = 0$ o que implica $r = r'$.
Logo $q'b = qb \rightarrow q' = q$, uma vez que $b \neq 0$.

Exemplo 3: Discurso matemático literato ou acadêmico (um teorema)
Fonte: Santos (p. 4, 2007)

O terceiro exemplo é um fragmento de um livro acadêmico, que trata sobre a Teoria dos Números, em que ocorre a demonstração do teorema do algoritmo da divisão. É um exemplo de discurso matemático letrado, utilizando-se de uma variedade de símbolos, de algoritmos e de uma notação especial do teorema, assemelhando-se ao exemplo 2. Apesar das características comuns nos exemplos 2 e 3, um olhar mais atento revelaria também diferenças sistemáticas, refletindo no fato de que os discursos letrados praticados por comunidades profissionais de pesquisadores em matemática, geralmente encontram-se em um nível mais elevado do próprio discurso produzido e/ou encontrado no contexto escolar.

Nestes três exemplos percebo que, o primeiro é parte de um diálogo enquanto que, os outros dois, são textos escritos e produzidos cuidadosamente. De acordo com Ripardo (2014), entende-se que os três exemplos fazem parte de contextos diferentes:

o informal (situações cotidianas), o escolar e o acadêmico. Além do mais, as características que chamam a atenção nesses exemplos são observadas a partir da utilização de palavras, imagens e símbolos.

3.2 O discurso matemático

A matemática é um tipo de discurso que possui suas características e podem ser observadas através de quatro propriedades específicas, que são: o uso da palavra, mediadores visuais, narrativas e rotinas (SFARD, 2008).

- Uso de palavras

Uma das características distintivas do discurso matemático são as palavras-chave. Na matemática, estas são principalmente, embora não exclusivamente, relacionadas a quantidades e formas. Muitas vezes são relacionadas a números, assemelhando-se a um discurso coloquial. No campo dos discursos escolar e acadêmico, as palavras possuem um uso mais rigoroso em suas utilizações. Geralmente o uso de palavras permitem dizer algo a respeito de determinado objeto matemático.

Nesse contexto, as utilizações de palavras podem ser entendidas como palavras-chave que constituem o próprio discurso, tais como ‘um’, ‘função’, ‘equação’, ‘integral’, ‘derivada’, ‘determinante’, dentre outras. É importante destacar que em cada tipo de discurso existem os próprios termos e expressões, porém nada impede que os mesmos circulem em outros tipos de discursos e que assumam novos significados. No campo linguístico, as metáforas exemplificam satisfatoriamente essa situação.

Considerando o processo de construção do discurso matemático, é razoável imaginar como a comunicação matemática pode ser acessível a todos. Por outro lado, o processo de comunicação pode ser dificultado pelas diferenças consideráveis nas palavras utilizadas pelos sujeitos durante uma interação. A seguir apresento duas situações do discurso no contexto matemático em que as palavras são fatores fundamentais na construção de conceitos matemáticos.

Exemplo 4: Palavras-chave no discurso matemático (Cálculo de tempo 1)
Fonte: Quadrinhos Galvão. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/961/problemas-com-calculo-de-tempo

Exemplo 5: Palavras-chave no discurso matemático (Cálculo de tempo 2)
Fonte: Quadrinhos Galvão. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/961/problemas-com-calculo-de-tempo

Nesses dois textos são apresentadas situações em que os personagens se deparam com problemas que envolvem cálculo de tempo. A característica cômica do texto pode ser um fator atraente aos leitores. No entanto, muitos leem um problema matemático e não conseguem interpretá-lo sem a intervenção de alguma outra pessoa; no contexto escolar, essa pessoa geralmente é próprio professor. No texto do exemplo 4, por exemplo, o personagem Pedro precisa compreender que o cálculo de horas, minutos e segundos tem suas próprias características. As palavras-chave do discurso matemático podem ser cruciais para a compreensão do problema durante a interação, neste caso, entre os personagens.

As palavras que dão sentido a uma tarefa cotidiana que relaciona cálculos matemáticos e tempo podem ser identificadas através de “16 horas”, “intervalo” (o personagem precisa entender que a palavra intervalo está relacionada com espaço de tempo), “primeiro”, “segundo”, “tempo”, “dois”, “45 minutos” e “15 minutos”, estas são termos ou expressões que expressam significativamente o discurso matemático na situação ilustrada no texto do exemplo 4. O mesmo processo ocorre com o texto do exemplo 5, onde as palavras-chave do discurso podem ser identificadas pelas seguintes expressões, “8 em 8 horas”, “uma semana”, “meio da madrugada” e “primeira dose”.

Estes exemplos mostram que mesmo em um discurso informal há grandes possibilidades de se garantir a eficácia numa comunicação mesmo havendo divergência no uso de palavras causada pelo desconhecimento dos indivíduos a respeito destas. No campo da matemática, uma diferença nesse contexto pode resultar em alguns problemas de interação, pois as palavras são representativas e surgem a partir do que o sujeito sabe sobre determinado objeto matemático (SFARD, 2008).

- Mediadores visuais

Os mediadores visuais são símbolos matemáticos que facilitam e constituem o discurso matemático. Dentre outras finalidades, ajudam a organizar e fixar o discurso matemático durante uma interação. Os mediadores visuais são definidos como provedores das imagens e símbolos com os quais os discursantes identificam o objeto de sua fala e coordenam sua comunicação. São ferramentas pelas quais os matematistas identificam os objetos de suas falas e organizam seus comportamentos durante uma interação (SFARD, 2008).

Enquanto os discursos coloquiais são geralmente mediados por imagens de coisas materiais que existem independentemente do discurso, os discursos científicos e matemáticos envolvem objetos simbólicos, criados especialmente para facilitar a comunicação, como em notações científicas ou algébrica matemática (SFARD, 2008).

No discurso matemático literato, a mediação visual envolve uma bateria de símbolos escritos ou não, como numerais, tabelas, fórmulas algébricas e talvez até linhas imaginárias. São exemplos de mediadores visuais símbolos especiais utilizados no lugar de palavras ou sentenças verbais e, ao contrário destas, não são fonéticos

(PIMM, 2002). Entre estes exemplos, pode-se destacar: +, %, ÷, ×. →, ↔, ≤, =, /, ∑, ∫, ∞, √, dentre outros.

Sfard (2008) salienta que assim como há complicações no uso de palavras durante uma comunicação matemática, o mesmo ocorre na utilização de mediadores visuais. A autora defende que uma das maneiras de avaliar a eficácia dessa comunicação por meio de palavras e mediadores visuais é coletando informações a fim de verificar como os discursantes utilizam os significadores visuais simbólicos ou concretos. Para ela, a eficácia da comunicação matemática existe apenas se os interlocutores fazem uso do mesmo repertório de palavras e/ou mediadores visuais.

- Narrativas matemáticas

Nesta categoria são apresentadas as sequências de enunciados que descrevem algum processo do discurso. As narrativas visam apresentar sequências de expressões verbais que descrevem objetos, relações entre objetos, processos pelos quais os objetos são constituídos e que estão sujeitos a endosso ou rejeição com a ajuda de procedimentos e fundamentação específicos do próprio discurso matemático. Assim, as narrativas do discurso matemático precisam passar por um processo de endossamento, ou seja, podem ser aceitas como verdadeiras ou não.

Para Sfard (2008), a natureza autogerativa do discurso matemático caracterizado por sua relação puramente dedutiva entre as narrativas, é um dos principais fatores que diferenciam substancialmente o discurso matemático de outros discursos. Neste processo, os termos e critérios de endosso podem variar consideravelmente de discurso para discurso.

No caso do discurso matemático acadêmico, por exemplo, as narrativas puramente endossadas são conhecidas como teorias matemáticas e isso inclui tais construções discursivas como definições, provas e teoremas. Já em situações de discurso coloquial, as evidências empíricas são frequentemente utilizadas como critério para o endossamento de narrativas, como na operação 2 + 2 =4, na qual, sempre quando colocamos dois pares de objetos juntos e contamos, o cálculo termina com a palavra quatro (SFARD, 2008).

Por outro lado, nem todo discurso constituído por orações bem definidas são endossáveis. Para isso, o endossamento de um discurso depende quase que exclusivamente do contexto ao qual faz parte. A expressão $2x + 2 = 6$, quando considerada apenas como um discurso aritmético em que o valor de x representa apenas um número desconhecido até o momento, não é uma expressão matemática endossada pelo fato de que o x não existe como número em um discurso aritmético. No entanto, quando tratada como uma expressão matemática algébrica, é considerada uma narrativa endossada pois o valor desconhecido x pode variar dentro conjunto dos números reais. Nesse contexto, o termo endossável mostra que uma narrativa pode ser endossada ou não de acordo com regras bem definidas do discurso matemático em que está inserido.

- Rotinas

As rotinas matemáticas ações ordenadas em que os participantes do discurso se utilizam e mobilizam palavras e mediadores visuais para estruturar sequências textuais, narrativas, de acordo com as necessidades discursivas do contexto matemático. No caso da matemática, são tarefas típicas tais como definir, estimar, demonstrar, calcular, provar, resolver situações problemas, dentre outras. O discurso matemático é composto por diversos tipos de narrativas e marcado por rotinas, que os tornam padrões repetitivos característicos do próprio discurso.

As rotinas do discurso matemático podem ser definidas como um grupo de metarregras que descrevem uma ação discursiva repetitiva. Estas metarregras podem ser definidas em dois tipos: aquelas que descrevem o "como" de uma rotina, ou seja, que determinam ou se limitam em uma ação ou procedimento, por exemplo, o processo de resolução de uma equação do segundo grau; e aquelas que descrevem o "quando" de uma rotina, em outras palavras, aquelas que determinam ou limitam as situações em que o discursantes julgam uma ação como apropriada ou não (SFARD, 2008).

Para ilustrar as metarregras que descrevem *o como* e o *quando* de uma ação, tem-se o exemplo de um aluno que se depara com uma expressão quadrática do tipo $x^2 - 3x + 5 = 0$, em que o mesmo pode reagir imediatamente a esta expressão com a equação $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, sem qualquer indicação ou intervenção para realizar esta ação, ou seja, a ação discursiva que descreve o "como" nesta situação, restringe-se apenas ao procedimento de resolução da equação através da fórmula. O mesmo pode ocorrer na rotina para construir o gráfico da função $y = x^2 - 5x + 4$, em que o procedimento adotado para os cálculos das raízes também se aplica.

Por outro lado, na rotina para determinar a imagem de um número pela mesma função, a condição de aplicabilidade não é restritiva suficientemente, ou seja, as ações que descrevem o "quando" de uma rotina se restringem às situações nas quais o participante do discurso julgam uma determinada ação como apropriada ou não (SFARD, 2008).

Sfard (2008) diz que o grupo de metarregras que define as rotinas pode ser categorizado em três subgrupos, que se especificam, respectivamente, nas condições de aplicabilidade, nos procedimentos e nas condições de encerramento da rotina. O primeiro e o último destes grupos constituem o *quando* de uma rotina, e o segundo define o seu *como*. Enquanto a aplicabilidade do *como* de uma rotina geralmente é uma realização simples e direta, o *quando* pode ser considerado algo mais complexo, dependendo exclusivamente do contexto do discurso.

Ripardo (2014) destaca que podem haver determinadas rotinas que mobilizam ou são mais apropriadas para a realização de uma atividade, tornando-as mais propícias a um tipo específico de procedimento, enquanto outras, nem tanto. Neste caso, dizer quais procedimentos podem ser ou não apropriados para uma determinada ação é uma tarefa embasada nas referências de outras ações vivenciadas anteriormente, que de certo modo, foram internalizadas e podem ser tarefas recorrentes na identificação do que seria mais adequado para futuras rotinas (SFARD, 2008).

Para Sfard (2008), o principal objetivo das rotinas matemáticas é o de produzir narrativas sobre objetos matemáticos. Por ser um discurso que se autossustenta, as narrativas são utilizadas para dar origem a novos objetos matemáticos se tomadas como metarregras e ainda fazem com que sejam os próprios objetos deste discurso. Diferentemente das rotinas práticas, que produzem mudanças nos objetos independentemente do discurso. Sfard (2008) define três tipos específicos de rotinas do discurso matemático, especificando-os como *explorações*, *atos* e *rituais*.

As explorações são rotinas que produzem narrativas contribuindo para a produção de uma teoria matemática. Pode-se dizer que o discurso matemático é uma performance completa, pois suas narrativas geralmente são endossadas e substanciadas. Nesse contexto tem-se as rotinas de realização, como por exemplo, os cálculos numéricos e resolução de equações e as rotinas de definir e provar, que são exemplos genuínos de explorações matemáticas. Sfard (2008) classifica todas as rotinas de exploração em três tipos: a *construção de narrativas*, a *substanciação* e a de *relembrar*.

A *construção de narrativas* é um processo discursivo que resulta em novas narrativas endossáveis. Ripardo (2014) destaca que é o processo pelo qual as narrativas são feitas por uma pessoa acerca de uma descoberta, de uma observação ou de uma reflexão discursiva. Dentro do discurso matemático acadêmico novas narrativas são construídas a partir de outras narrativas endossadas já existentes. Um exemplo disso são os próprios axiomas. Uma vez estruturados e endossados fazem com que possam emergir novos tipos de narrativas (SFARD, 2008).

A *Substanciação* ou *endossamento de narrativas* para Sfard (2008) é o processo que possibilita aos matemáticos decidir se determinada narrativa pode ser endossada ou não. Por ser uma ação que depende exclusivamente do convencimento dos participantes do discurso, as rotinas de substanciação são provavelmente o aspecto mais complicado do discurso matemático. O próprio termo endossamento pode ser interpretado de diversas maneiras por diferentes pessoas. Para o matemático, endossamento significa simplesmente que uma narrativa se tornou parte de uma teoria matemática. No entanto, para aqueles que usam as narrativas matemáticas do cotidiano significa que a narrativa reflete o próprio contexto do cotidiano, podendo, portanto, ser usada como guia para atividades práticas.

Um exemplo da substanciação de uma narrativa é a demonstração de um teorema. Uma vez demonstrado, um teorema passa a ser utilizado pelos participantes do discurso matemático sem a necessidade constante de sua demonstração. Porém, para que o teorema possa ser visto como uma narrativa endossada e consequentemente aceito pela comunidade matemática, a primeira manipulação discursiva deverá ser demonstrada.

Relembrar narrativas é o processo utilizado para se convocar uma narrativa que foi endossada no passado, pela qual um discursante pode chegar a uma narrativa ao final de uma performance exploratória. Relembrar narrativas é o resultado de uma exploração recorrente a outras narrativas endossadas, como os fatos numéricos, e trazer à memória cada uma delas é fundamental para a fluência do discurso matemático numa comunidade (SFARD, 2008).

Geralmente algumas das narrativas endossadas estão disponíveis imediatamente, enquanto outras precisam passar por um processo de reconstrução.

Sfard (2008) nos chama a atenção ao dizer que a maneira em que um discursante tenta lembrar-se de narrativas endossadas é um processo que pode indicar não apenas como as narrativas foram memorizadas, mas como elas foram construídas e endossadas originalmente.

Voltando a falar das rotinas, outro tipo específico delas são os atos. Definem-se os atos como ações práticas que resultam em transformações físicas de objetos. Os atos podem ser definidos como um grupo de metarregras que estruturam uma sequência de ações para produzirem ou modificarem objetos tangíveis e não apenas narrativas (SFARD, 2008). Nesse contexto, a autora diz que os atos, como rotinas bem definidas, por considerá-los como uma narrativa que não apenas descreve, define, ou reporta o que um discursante está fazendo, mas sim o que está vivenciando em determinada ação. Nessa direção, pode-se dizer que os atos podem ser vistos como ações práticas do cotidiano, em que a manipulação de determinado objeto pode ser simbólica, oral ou escrita.

O terceiro tipo de rotina são os rituais. Sfard (2008) diz que as rotinas matemáticas, geralmente, não se iniciam como atos e nem como explorações, mas como rituais. Os rituais são situações discursivas nas quis o objetivo não é nem a produção de uma narrativa nem a transformação ou manipulação de objetos, mas sim criar e manter uma ligação entre as pessoas participantes do discurso. De certo modo, o objetivo dos rituais é expressar a aceitação de um certo padrão de ações inerentemente sociais ao invés de chegar a uma nova verdade ou uma mudança em relação ao mundo (SFARD, 2008). Por fim, as relações sociais são uma das principais características das rotinas pois são construídas e mantidas pela ação em conjunto com outras pessoas.

3.3 Regras do discurso matemático e aprendizagem

Qualquer atividade padronizada, incluindo a discursiva, pode ser descrita como o resultado de processos controlados por regras. O discurso matemático é governado por dois tipos de regras, as regras do nível objeto e as metarregras (ou regras metadiscursivas).

É importante enfatizar as diferenças nestes dois tipos de regras. Para exemplificar esse fato, Sfard (2008) cita a lei da gravidade ou as leis de movimento de Newton, onde todas expressam padrões de comportamento de corpos materiais, ou seja, são regras em nível objeto da física, pois destacam as propriedades dos objetos do discurso da física, tornando-as narrativas destes objetos.

Da mesma forma, podemos exemplificar na matemática, utilizando a narrativa do teorema de Pitágoras relacionado com o comprimento dos lados de um triângulo retângulo, em que “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”, de outra maneira, $a^2 + b^2 = c^2$, são regras do nível objeto da geometria.

Por outro lado, as metarregras ou regras metadiscursivas possuem um nível mais elevado no discurso matemático e têm a ver com a ação dos participantes do discurso e não com o comportamento dos objetos matemáticos. Na física, por exemplo, as metarregras definem, dentre outras coisas, as evidências empíricas e como essas evidências podem ser utilizadas na produção de narrativas endossáveis sobre regras do nível objeto. Na matemática, as metarregras mais importantes são aquelas que governam a atividade de provar (SFARD, 2008).

Regras do nível objeto são as narrativas que refletem o comportamento dos próprios objetos matemáticos, tais como as definições, as propriedades dos objetos matemáticos, dentre outros. Já as metarregras definem padrões relacionadas às ações daqueles que produzem o discurso ou ainda como os discursantes interpretam determinado conteúdo do discurso. De forma mais específica, as metarregras dizem respeito aos processos como os matemáticos definem, como demonstram, como os professores de matemática convencem os alunos sobre a consistência de uma definição, como convencem sobre a validade de uma propriedade matemática, entre outros.

Sfard (2008) enfatiza a existência de uma relação distinta entre regras do nível objeto na matemática e metarregras, pelo fato de que a matemática é considerada um sistema que se autoproduz, que se amplia, modifica e fixa em seus próprios metadiscursos. Isto significa, dentre outras coisas, que uma metarregra em um discurso matemático gerará uma nova regra em nível objeto.

A narrativa “a ordem dos fatores não altera o produto” é uma metarregra da aritmética e se transforma no discurso da álgebra a respeito da regra de objetos quando denotada como $ab = ba$, expressando a relação entre dois objetos algébricos em que os valores de a e b pertencem ao conjunto dos números reais.

Nesse mesmo sentido, Sfard (2008) apresenta essa situação utilizando a narrativa “multiplicando um número natural pela soma de dois números naturais, é o mesmo que multiplicar o fator, por cada uma das parcelas e a seguir adicionar os resultados obtidos” é um exemplo de metarregra da aritmética. No discurso algébrico, transforma-se em uma regra do nível objeto, sendo representada da seguinte maneira “$a(b + c) = ab + ac$” expressando a relação entre três objetos algébricos, as variáveis a, b e c. Entende-se por variável um termo qualquer utilizado para representar ou substituir um número, normalmente desconhecido.

É possível notar que as metarregras podem evoluir durante o tempo, ao contrário das regras de nível objeto que ao serem geradas se tornam possivelmente irrefutáveis. Outra diferença é que as metarregras além de incluir normas, valores e objetivos de uma comunidade, pode ser utilizada para designar padrões repetitivos associados às diferentes atividades.

Tratando-se do discurso matemático escolar e partindo do pressuposto de que a aprendizagem matemática é uma mudança de discurso, Sfard (2008) caracteriza a aprendizagem em dois níveis distintos: a aprendizagem em nível de objeto e aprendizagem no nível meta ou metanível.

A aprendizagem no nível objeto se dá através da expansão do discurso alcançado através da extensão de vocabulário, de construção de novas rotinas e produção de narrativas endossadas. Neste caso, a aprendizagem em nível objeto resulta da expansão endógena do discurso envolvendo mudanças nas metarregras do discurso, como por exemplo, definir um termo ou uma palavra do discurso ou identificar algumas atividades do discurso de uma nova maneira (SFARD, 2008).

Sfard (2008) acredita que é implausível que participantes do discurso matemático iniciem uma mudança de discurso no nível meta sozinhos, por considerar a própria contingência das metarregras. Por outro lado, a autora acredita que a aprendizagem no nível meta se dá no encontro direto do aprendiz com um novo discurso regido por metarregras diferentes daquelas em que um discursante se apoiava para as suas ações, ou seja, uma mudança de discurso só ocorre se lidarmos com discursantes mais experientes.

Este encontro é denominado por Sfard (2008) pelo termo “conflito comognitivo”, por ser um fenômeno que se origina a partir de diferentes discursos. São situações nas quais diferentes participantes do discurso matemático agem de acordo com diferentes metarregras. Assim, a ideia de conflito comognitivo resulta de interações com outros discursantes.

O conflito commognitivo é considerado a mais provável, talvez indispensável, fonte da aprendizagem matemática no nível meta. Esse fator é enfatizado pelo fato de o conflito ocorrer por meio de diferentes discursos que se diferenciam pelo uso de palavras, regras de substanciação etc. Em outras palavras, pode-se dizer que o conflito comognitivo está relacionado entre dois discursos que se sobrepõem nos quais uma pessoa está inserida, sendo possível a solução deste conflito pela escolha de um dos dois discursos e o abandono de outro (SFARD, 2008).

É importante destacar que as resoluções destes conflitos não se baseiam em experiências empíricas ou observáveis que endossam uma narrativa e descartam outras, mas se dá por meio da escolha entre qual discurso adequa-se melhor para uma determinada ação. Considera-se então que conflitos comognitivos sejam uma via de acesso para novos discursos, por meio da aprendizagem por participação entre um sujeito qualquer e um mais experiente no discurso, como por exemplo, um professor, um profissional qualificado, dentre outros.

4 MÉTODO

O desenvolvimento desta investigação ocorreu em quatro etapas, sendo elas: a exploratória, a produção de dados, a análise e o relatório de pesquisa (FIORENTINI E LORENZATO, 2007). A partir dessas divisões em etapas do trabalho investigativo, descrevo a seguir a trajetória da pesquisa.

4.1 Fase exploratória

Esta fase refere-se ao momento de preparação e planejamento que resultaram na elaboração do projeto de pesquisa. A exploração temática, identificação e delimitação do tema, do problema e estruturação metodológica da pesquisa compreende algumas etapas da fase exploratória (FIORENTINI E LORENZATO, 2007).

Nesta etapa ocorreu, principalmente, o primeiro contato com a teoria da Sfard (2008). Este contato se deu através dos diálogos com o orientador desta pesquisa, o qual apresentou-me os textos que discutem a teoria do discurso matemático, para que eu pudesse fazer relações dos conceitos teóricos de Sfard (2008) com as análises de livros paradidáticos.

A partir desse estudo inicial foi definida a pergunta norteadora da pesquisa, a saber: *Que características do discurso matemático são evidenciadas em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática?*

A partir dessa problemática, uma revisão de literatura sobre essa temática foi realizada. Esse processo se deu, exclusivamente, a partir do Catálogo de Teses e Dissertações da Capes[4], buscando verificar o que já existia de pesquisas que envolvem livros paradidáticos de matemática e as discussões acerca do discurso matemático, em especial, a teoria de Sfard (2008). Esta etapa ocorreu por meio de uma busca na internet por trabalhos desta natureza, utilizando para isso diferentes variações de expressões como “livros paradidáticos de matemática’ ou “análise de livros paradidáticos’ e por meio de palavras-chave como “paradidáticos de

[4] O Catálogo de Teses e Dissertações da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) é um sistema de busca bibliográfica que reúne registros das teses e dissertações defendidas em programas de pós-graduação de todo o país, com o objetivo de facilitar o acesso a estas informações.

matemática", 'textos narrativos', "discurso matemático", "narrativas ficcionais", dentre outras. Nesta busca, foi possível perceber pouca produção relacionada a esta temática, no que diz respeito a teses e dissertações de mestrado.

Ainda nas primeiras etapas desta investigação, pude constatar por meio da pesquisa bibliográfica o texto de Dalcin (2002), que contribuiu significativamente para a escolha do objeto de pesquisa desta dissertação. Um dos fatores fundamentais que foram essenciais nesta investigação foi a categorização de análises atribuídas aos livros paradidáticos de matemática realizada por Dalcin (2002). A autora categorizou os livros paradidáticos de matemática em três tipos específicos: os que pertencem ao contexto de narrativas ficcionais; ao contexto de narrativas históricas, que diz respeito aos livros que possuem fatos da história da matemática; e ao contexto pragmático, que são os livros com enfoque interdisciplinar, com muitos exercícios e desafios para o leitor. Dalcin (2002)[5] utilizou para solidificar essa categorização os pressupostos teóricos de Bakhtin (2002) acerca dos gêneros do discurso.

Levando em consideração as ideias de Bakhtin (2002) discutidas por Dalcin (2002), as "estórias" são consideradas como um gênero do discurso secundário. Os textos narrativos, em livros paradidáticos, produzidos para o ensino de Matemática, possuem o intuito de ensinar o conteúdo da matemática escolar, por meio de seus signos e significados particulares e geralmente, com destinatários específicos tais como professores e alunos. Neste sentido, vários signos, dentre eles, palavras, símbolos matemáticos e imagens são empregados, de modo que possam adquirir significados diferenciados e próprios do discurso específico da matemática (DALCIN, 2002).

Com base nessas categorias, escolhi para esse estudo analisar especialmente as obras que se enquadram na categoria de *narrativas ficcionais*. Como apontado na introdução desta dissertação, o tema de interesse a ser pesquisado consiste na análise de livros paradidáticos que, por ser um recurso que faz parte da minha prática

[5] A autora destacou em sua pesquisa que nas mais diferentes esferas de utilização da língua, tais como a pedagógica, científica ou literária, são criados tipos de enunciados particulares que podem dar origem a diferentes gêneros do discurso. Os gêneros do discurso são classificados em dois tipos específicos: os primários e os secundários. Os primários dizem respeito ao discurso produzido pela oralidade, constituindo-se de enunciados normalmente verbais e espontâneos. Por outro lado, os gêneros secundários são originados em situações de comunicação cultural por um viés mais complexo, que geralmente são expressos por meio da escrita. Têm-se como exemplo do gênero secundário do discurso o romance, o teatro, o discurso científico e o ideológico etc. (BAKTHIN, 2002).

docente como professor de matemática, não foi uma tarefa fácil vislumbrá-lo com um olhar de pesquisador.

4.2 Produção de dados

A fase da produção de dados ocorreu por meio de sondagem inicial, observações e registros, os quais constituíram o material de análise do estudo (FIORENTINI E LORENZATO, 2007). A fase da produção de dados foi realizada no período de agosto de 2018 a dezembro de 2019.

Num primeiro momento coloquei como possibilidade analisar os livros paradidáticos de matemática que são enviados para as escolas públicas. Acessei ao portal da página do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) com o intuito de obter informações sobre as obras que são enviadas para as escolas. Em um segundo momento, nas primeiras pesquisas realizadas, percebi que não era possível verificar quais obras eram enviadas às instituições, pois eram identificadas apenas por um código específico dado para cada obra aceita durante o processo de seleção.

A partir desta ação inicial, acessei diretamente aos portais das editoras que publicam obras literárias de matemática. Dentre as editoras, tive acesso principalmente ao site da Editora Ática, FTD e Scipione. No entanto, não foi possível ter acesso ao material divulgado nos sites das editoras, por estarem disponíveis apenas para comercialização, tornando-se inviável, para o momento, a consulta completa a estes acervos para possíveis análises.

Mesmo não sendo possível ter acesso a todas as obras listadas nos sites das editoras, foi possível verificar que boa parte das obras listadas estavam disponíveis para utilização no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)[6] da Faculdade de

---

[6] O LEM é um espaço privilegiado para ocorrer uma integração entre alunos e professores da Graduação e da Pós-Graduação e professores da rede pública de ensino. O espaço do LEM se insere em um contexto propício para a formação inicial e continuada de professores para vivenciarem espaços formativos na utilização da tecnologia na sala de aula, na utilização de materiais manipulativos, vídeos e jogos educacionais, além de realizar a extensão das atividades da Universidade, realizando a aproximação entre a prática e a teoria. Assim, discussões de cunho teórico e prático, referentes à implementação da tecnologia no ensino e pesquisa, às potencialidades didático-pedagógicas dos jogos e materiais manipulativos, de vídeos, além de outros recursos didático-pedagógicos, fazem parte das atividades práticas desenvolvidas e do referencial teórico discutido em determinadas atividades curriculares do Curso de Graduação em Matemática e da Pós-Graduação facilitando as pesquisas através do material que o laboratório dispõe.

Matemática (Famat) do Instituto de Ciências Exatas (ICE) da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. Para isso, fiz contato com a Famat e apresentei a proposta de pesquisa, bem como a carta convite e termo de autorização para o professor coordenador do LEM. Assim obtive acesso livre ao laboratório, bem como aos livros paradidáticos disponíveis. Esse processo foi realizado no mês de janeiro de 2019, no entanto, tive acesso autorizado ao laboratório para fins de consulta, até o término da construção deste trabalho.

Após esse contato inicial foi marcada uma visita ao LEM. O primeiro processo de produção de dados no laboratório se deu com a constatação da existência de 54 livros paradidáticos de matemática. Dentre esses, 17 se enquadram na categoria de narrativas ficcionais, produzidos por 4 (quatro) editoras (Gráfico 1).

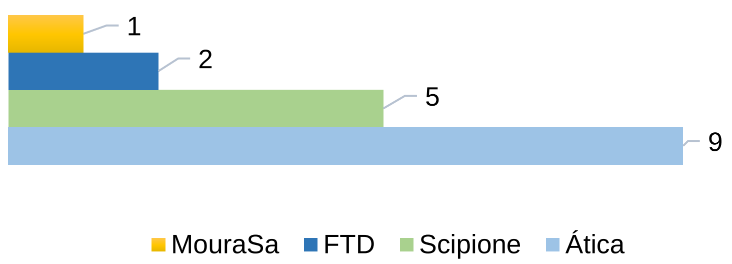


Gráfico 1: Distribuição dos livros paradidáticos de narrativas ficcionais por editoras
Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que 9 (nove) obras foram publicadas pela editora Ática, 5 (cinco) pela Scipione, 2 (dois) pela FTD e 1 (um) pela editora Moura S.A. Desse total, que constitui 17 livros com narrativas ficcionais, 6 (seis) destes apresentam um formato de história em quadrinhos. É importante lembrar que os livros selecionados se limitaram apenas aos que estavam disponíveis no LEM. Assim, apenas 11 (onze) obras foram escolhidas para que pudessem ser analisadas (Quadro 5).

TÍTULO	AUTOR	ANO	EDITORA	CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
1. Joãozinho no país da álgebra	Ronaldo B. Ripardo (Org.)	2017	Moura S.A.	Expressões algébricas; Equações do 1º grau; Inequações; Produtos notáveis; Sistema de

(Informações retiradas do site https://famat.unifesspa.edu.br/laboratorio1.html). Os livros paradidáticos escolhidos para esta pesquisa podem ser visualizados na página https://famat.unifesspa.edu.br/laboratorio1/acervo-did%C3%A1tico-3.html.

				equações
1. O segredo dos números	Luzia F. Ramos	2002	Ática	Sistema de contagem e potenciação
2. Uma proporção ecológica	Luzia F. Ramos	2002	Ática	Razão, proporção, regra de três e porcentagem
3. Medir é comparar	Cláudio X. da Silva e Fernando M. Louzada	2001	Ática	Construção de um sistema de medidas
4. Em busca das coordenadas	Ernesto Rosa	2001	Ática	Gráficos
5. Saída pelo triangulo	Ernesto R. Neto	1992	Ática	Semelhança de triângulos
6. Frações sem mistério	Luzia F. Ramos	1993	Ática	Frações
7. Como encontrar a medida certa	Carlos Marcondes e Nelson Gentil	1996	Ática	Perímetros, áreas e volumes
8. O aprendiz	Egídio T. Neto	2010	FTD	Equações do 1º grau; múltiplos e divisores
9. Os olímpicos	Egídio T. Neto	2010	FTD	Sistemas e equações do 1° grau com uma incógnita; polinômios; coordenadas cartesianas.
10. Na terra dos noves-fora	Renate Watanabe	1994	Scipione	Prova dos noves

Quadro 5: Obras escolhidas para análise
Fonte: Dados da pesquisa

Os três primeiros livros, indicados no quadro acima, dizem respeito aos que possuem episódios analisados. Os critérios de escolha dos episódios são descritos no próximo tópico.

4.3 Análise e discussão dos dados

Após a escolha dos livros paradidáticos, a terceira etapa da pesquisa foi a de análise e discussão dos dados. A análise foi feita por uma abordagem qualitativa. A escolha do método se dá pela natureza do problema, bem como com o nível de aprofundamento da pesquisa.

Nesse sentido, utilizo a pesquisa qualitativa pelo fato da complexidade do problema, sendo necessário compreender e classificar os processos dinâmicos existentes no objeto da pesquisa. Assim, possibilitar o entendimento das mais variadas particularidades do discurso matemático nos livros paradidáticos que se enquadram na categoria de narrativas ficcionais. Entraram em cena, em relação a esse aspecto, os dados oriundos das leituras dos livros paradidáticos (DALFOVO, 2008).

Os procedimentos básicos no tratamento dos dados para análise na pesquisa ocorreram em dois momentos. O primeiro perpassou pela organização do material coletado, dividindo-o em unidades manipuláveis, como por exemplo, a divisão por editoras, o ano de publicação e a frequência de rotinas matemáticas em cada episódio analisado, de modo que fosse possível identificar neste material tendências e padrões relevantes, tais como a frequência de rotinas em cada parte das sequências narrativas dos episódios analisados. No segundo momento, essas tendências e padrões foram reavaliados para que fosse possível buscar uma síntese. Essa reavaliação seguiu um processo indutivo à medida em que os dados foram sendo recolhidos, assim não houve a preocupação em comprovar hipóteses, caso tivessem sido estabelecidas (LÜDKE E ANDRÉ, 2018).

Os dados foram sistematizados no período de janeiro (2019) a janeiro (2020). Utilizei para isso, tabelas no Word, para tabular os dados oriundos da leitura dos livros paradidáticos. Essa fase consistiu em fazer uma análise geral da estrutura das obras selecionadas. Essa triagem aconteceu obedecendo aos seguintes requisitos (Apêndice A):

- Identificação do livro paradidático: autor, ano de publicação, editora, série/ano equivalente;
- Título de cada capítulo do livro, resumo de cada capítulo e identificação dos conteúdos matemáticos abordados;

A partir dessa sistematização, iniciei o processo de leitura minuciosa de todos os livros escolhidos, buscando-se por padrões e aspectos importantes de modo a poder se fazer inferências, as quais foram feitas analisando o ciclo narrativo de cada episódio em que se apresentavam as rotinas matemáticas de exploração, tais como de relembrar, construir e endossar, segundo as ideias de Sfard (2008). Nessa etapa busquei identificar as seguintes características:

- Identificar o número de ações em cada etapa das sequências narrativas dos episódios escolhidos para análise;
- Identificar os tipos de rotinas matemáticas segundo Sfard (2008), apresentados em cada episódio dos livros paradidáticos.

Após a leitura e análise geral de todos os livros, foram escolhidos 5 (cinco) episódios para analisar os tipos de rotinas matemáticas mais frequentes nas obras. Para isso, levei em consideração dois critérios distintos: o primeiro foi o ano de publicação da obra, neste caso, escolhi o livro comercializado mais recente, que foi o livro “Joãozinho no país da álgebra”, publicado no ano de 2017 pela editora MouraSa; quanto ao segundo, optei por escolher episódios dos livros lançados pela editora Ática, por representar o maior número de livros com narrativas ficcionais de matemática disponíveis no LEM. Além desses dois critérios, utilizei as obras publicadas pela editora Ática que fazem parte da coleção “A descoberta da matemática”, dentre elas as que possuem tipos específicos de narrativa matemática a serem exemplificadas nesta dissertação (por ser um tipo de rotina matemática ausente em outras obras), tais como, rotina de provar e curiosidade.

Após a análise dos dados de acordo com as sistematizações listadas acima, ocorreu a última etapa dessa pesquisa, que foi a construção do relatório final dos resultados obtidos. Essa análise dos dados foi embasada principalmente nos pressupostos teóricos de Sfard (2008) que trata a respeito do discurso matemático, Marcuschi (2008) que discute acerca dos gêneros textuais e Bronckart (1999) que traz considerações relevantes acerca do gênero narrativo ficcional.

A organização dos principais resultados, bem como a discussão relacionada a estes está distribuída no próximo capítulo, divido em 5 (cinco) seções que tratam, cada uma, das rotinas matemáticas mais frequentes nos livros paradidáticos, bem como a categorização destas em rotinas de exploração.

5 DESVENDANDO ROTINAS MATEMÁTICAS EM NARRATIVAS FICCIONAIS

Neste capítulo apresento os resultados encontrados após a análise dos livros paradidáticos de matemática. Para efetuar esta análise, foram estudadas as características do discurso matemático, principalmente quanto ao tipo de rotinas e narrativas matemáticas.

5.1 Rotinas matemáticas

Foi possível classificar as rotinas matemáticas que foram identificadas nas tramas, em quatro tipos específicos (Quadro 6).

ROTINAS	CARACTERÍSTICAS
Provar	Em matemática, uma prova é uma demonstração de que algum enunciado matemático é possivelmente verdadeiro. Neste caso, a rotina de provar nas tramas analisadas, ocorre quando os personagens se utilizam de ações narrativas da matemática para provar conceitos, propriedades ou teoremas.
Exploração da Curiosidade	Essa rotina, caracteriza-se pelos desejos intensos dos personagens em ouvir, conhecer ou experimentar algo genericamente novo, relacionado aos conhecimentos matemáticos apresentados na história.
Resolver exercícios	Diz respeito aos momentos que os personagens das histórias praticam aquilo que já aprenderam anteriormente, onde colocam em prática a repetição de conhecimentos matemáticos já adquiridos.
Resolver problemas	Consiste na apresentação de situações matemáticas em que os personagens precisam utilizar-se de métodos e ações que possibilitem a resolução de problemas matemáticos.

Quadro 6: Tipos de rotinas matemáticas encontradas nos livros paradidáticos analisados
Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com Sfard (2008), as rotinas matemáticas são compreendidas como ações ordenadas para estruturar as narrativas matemáticas, principalmente, por meio de palavras e mediadores visuais. Neste caso, rotinas são consideradas um conjunto de metarregras e padrões discursivos utilizados (aqui nesta dissertação, pelos personagens da estória) para o desenvolvimento de alguma rotina matemática.

Com base nas leituras dos livros paradidáticos analisados, o número de rotinas identificadas não passou de 4 (quatro) tipos específicos. Vale ressaltar que existem vários outros tipos de rotinas que podem ser visualizadas nos mais diversos contextos considerados matemáticos ou não.

No geral, considerando todos os livros paradidáticos analisados, observa-se as seguintes frequências das rotinas encontradas apresentadas no Gráfico 2.

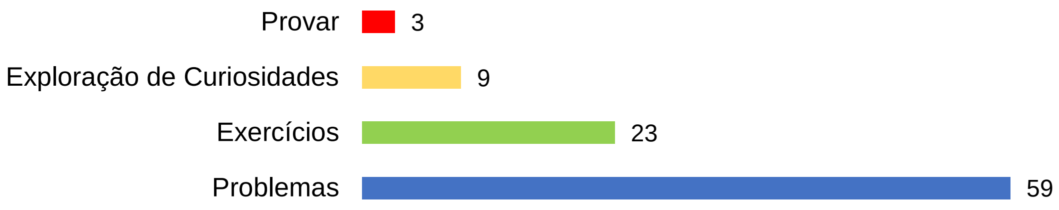


Gráfico 2: Rotinas matemáticas encontradas nos livros paradidáticos
Fonte: Dados da pesquisa

A rotina mais frequente é a de resolver problemas. Esse fator é constatado no decorrer das tramas analisadas, em que surgem situações-problemas a serem resolvidas pelos personagens, geralmente explorados em contextos aparentemente simples do cotidiano.

Essa frequência nos faz perceber os livros paradidáticos como um instrumento que se utiliza de diversas situações problemas para tratar de conhecimentos específicos do discurso matemático. Por serem narrativas ficcionais, obedecem a uma sequência narrativa, em que, geralmente, a solução do problema ocorre no clímax da história.

Outra maior frequência observada é a rotina de resolver exercícios. Trata-se de quando os personagens, por algum motivo, já conhecem, basicamente, o conteúdo matemático apresentado na história e fazem apenas a resolução destes sem nenhum tipo de questionamento ou inferência. Este tipo de rotina, geralmente, reproduz o padrão de sala de aula que são representados em algumas narrativas ficcionais de matemática. Nesse caso, os personagens colocam em prática algum conhecimento matemático que já foi absorvido anteriormente (em episódios anteriores). Vale destacar que essas rotinas foram caracterizadas limitando-se apenas aos livros paradidáticos analisados, ou seja, podem existir outros tipos de rotinas que podem ser encontradas em outras obras.

Para Sfard (2008), essas rotinas citadas podem ser consideradas como rotinas de exploração. Porém, vale lembrar que a autora classifica como de exploração considerando-se a interação entre os discursantes. Ou seja, não se pode afirmar que ela classifica as rotinas apresentadas no parágrafo anterior como rotinas de exploração em qualquer situação.

Neste caso, as rotinas matemáticas são especificadas pela autora, são constituídas em três tipos, sendo elas: a de construir narrativas, a de relembrar narrativas e a de endossar narrativas matemáticas já existentes. Com base nisso, as análises dos livros paradidáticos também permitiram verificar a frequência destas, como pode ser observado no Gráfico 3.

Gráfico 3: Rotinas de exploração
Fonte: Dados da pesquisa

Na maioria dos episódios analisados, durante a interação entre os personagens, o foco é voltado, principalmente, às rotinas de exploração. Estas, por sua vez, são capazes de produzir narrativas contribuindo para a produção de uma teoria matemática (SFARD, 2008).

A rotina de exploração que possui maior frequência é a de relembrar narrativas matemáticas. Isso mostra que na maioria das tramas que foram analisadas os personagens recorrem a algum conhecimento matemático já adquirido anteriormente, para que sejam capazes de resolver outros tipos de situações ou problemas matemáticos. A segunda rotina de exploração mais frequente é a de construir narrativas. Trata-se de quando os personagens conseguem produzir narrativas sobre um determinado objeto matemático, a partir de uma determinada situação vivida.

De modo mais específico apresento a frequência das rotinas de exploração de cada obra analisada no Gráfico 4.

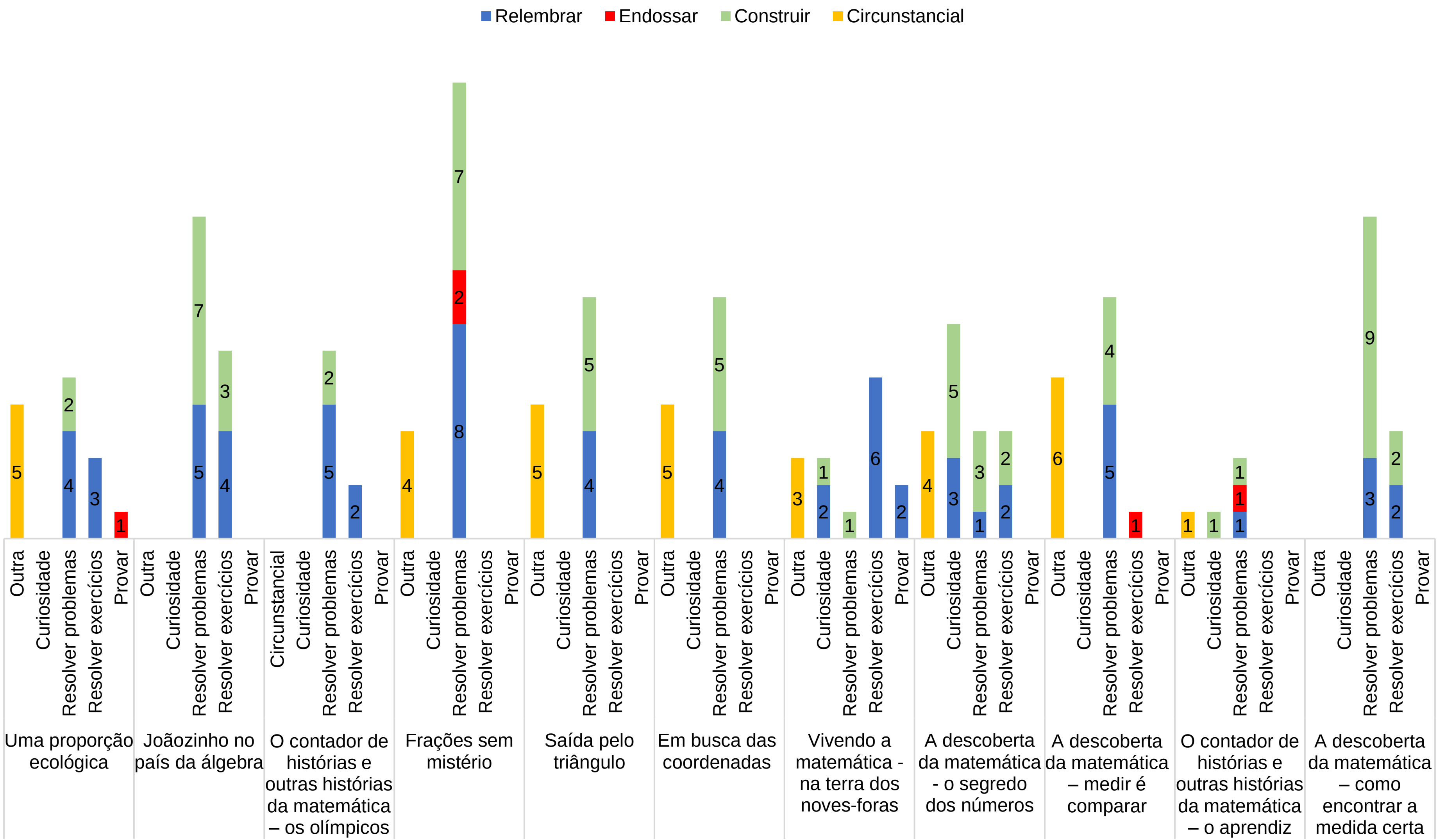


Gráfico 4: Rotinas de exploração por obra analisada
Fonte: Dados da pesquisa

Nas obras listadas no Gráfico 4, a principal caraterística identificada foi a de perceber que as rotinas de exploração caracterizadas por construir ou relembrar narrativas matemáticas são, geralmente, exploradas nas rotinas que envolvem situações de resolver problemas ou resolver exercícios, respectivamente. Mais especificamente, as rotinas de resolver de resolver problemas, em sua maioria, apresentam-se em meio a situações que favorecem a construção de noções e/ou conhecimentos matemáticos, enquanto que a rotina de resolver exercícios, geralmente, faz uso de situações que relembram narrativas.

Por outro lado, em várias situações, as rotinas de construir são apresentadas após os atos dos personagens que se utilizam das rotinas de relembrar narrativas. Porém, na maioria dos casos, o propósito de cada episódio analisado possui ênfase na rotina de construir. Esse fator, pode ser considerado como uma característica positiva dos livros paradidáticos, principalmente, quando se evoca a possibilidade de aprender matemática por meio de narrativas ficcionais. Pois, a ênfase para a rotina de construir narrativas pode proporcionar ao leitor, por meio dos atos dos personagens, uma experiência favorável quanto ao aprendizado do discurso matemático escolar abordados nas histórias.

Esse fator corrobora com a ideia de que a aprendizagem no nível objeto ocorre por meio da expansão do próprio discurso matemático alcançado por meio da extensão de vocabulário, de construção de novas rotinas e produção de narrativas endossadas. Principalmente quando os personagens articulam ações que promovem o encontro direto do aprendiz (personagem) com um novo discurso regido por metarregras diferentes daquelas em que um discursante se apoiava para as suas ações, ou seja, a mudança de discurso só ocorre quando lindam com discursantes mais experientes, neste caso, geralmente são os professores ou outros tipos de personagens que aparecem nas histórias.

Quanto às estruturas de um texto narrativo, é importante frisar que segundo Bronckart (1999) a da narrativa é dividida em pelo menos cinco fases: situação inicial, complicação (introdução de um problema/conflito), ações, resolução (clímax) e situação final (desfecho). O texto narrativo possui por objetivo principal contar histórias que podem ser reais ou imaginárias. Esses textos, geralmente, são constituídos pelos elementos da narrativa, principalmente, pelo tempo, espaço e personagens. O espaço é considerado o ambiente em que ocorrem os fatos e os personagens são considerados as peças fundamentais da história, pois, sem eles, não haveria o próprio enredo.

Cada episódio analisado possui sequências narrativas que obedecem a sequência narrativa definido por Bronckart (1999), assim como as rotinas matemáticas que aparecem em cada episódio de maneiras diferentes, fato ocorrido em todos os paradidáticos que foram analisados. A análise das narrativas será apresentada utilizando-se a transcrição de partes do texto dos episódios, com foco nas rotinas de exploração que aparecem em cada parte que compõem a sequência narrativa dos episódios.

5.2 Rotinas de resolver problemas

Como primeiro exemplo da rotina que envolve a resolução de problemas, apresento um pequeno trecho do livro "Joãozinho no país da álgebra"[7]. Esta obra é um livro paradidático infanto-juvenil que pode ser utilizado como proposta metodológica no ensino de Álgebra para o ensino fundamental.

O livro nasceu de atividades desenvolvidas nas disciplinas "Leitura e produção textual", "Educação Matemática" e "Metodologia do ensino de matemática", ofertadas no curso de Licenciatura Plena em Matemática da UFPA/Unifesspa, vinculadas aos programas de apoio em projetos de intervenção metodológica (RIPARDO, 2017).

Trata-se de um livro que aborda diversos conteúdos referentes ao estudo de álgebra. O enredo geral da história retrata Joãozinho, um garoto popular e conhecido por suas perguntas inusitadas em uma viagem ao "país da álgebra". O texto possui alguns trechos cômicos com um pouco de humor e o desenvolvimento da trama ocorre em uma sala de aula, podendo parecer ao leitor como uma fantasia muito próxima do real.

O livro aborda alguns conceitos de álgebra estudados do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, tais como, expressões algébricas, monômios e polinômios, adição e

[7] Importante destacar que fiz parte no processo de construção e produção deste material. Na época, era integrante da equipe de discentes do curso de licenciatura plena em Matemática da UFPA/Campus Marabá. Esse fator foi fundamental no diz que respeito à minha relação com o tema de pesquisa.

subtração de polinômios, multiplicação de polinômios, equações e inequações do primeiro grau e sistema de equações. O enredo desta obra é constituído por diálogos formados a partir de uma situação matemática, que ocorre em um passeio na própria sala de aula, onde os alunos fazem perguntas envolvendo hipóteses e prováveis erros cometidos por eles na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. A ação do enredo em toda a obra é fechada, pois acontece no desenrolar dos textos as soluções para todos os problemas apresentados. O espaço, por mais que seja um passeio no país da álgebra, é representado por uma sala de aula comum e o desenrolar da história acontece sempre no tempo presente. Os personagens são formados principalmente pelo protagonista, o próprio Joãozinho, e o antagonista, os professores X e Y, além do narrador que é sempre onisciente.

No enredo, Joãozinho é um questionador que faz parte de uma turma de alunos heterogênea e participativa. O livro está dividido em nove capítulos e sua estrutura pode ser observada no Apêndice desta dissertação.

No capítulo 1, intitulado “Lanchando com expressões algébricas”, é abordado o estudo de expressões algébricas. A história começa com Joãozinho reclamando do passeio ao “país da álgebra”, chamando-o de chato e dizendo que o país está igual a sua sala de aula. Logo após o intervalo, os professores começam a abordar o conteúdo de álgebra fazendo relações da matemática com o lanche consumido pelos alunos durante o recreio. Todo o texto do capítulo apresenta essa temática: os alunos criam situações matemáticas de acordo com seu consumo diário durante o intervalo da escola, referindo-se às expressões algébricas.

Ao voltar do intervalo o professor se dirige à lousa e começa a perguntar aos alunos o que foi consumido por cada um deles durante o recreio. O tipo de lanche com maior consumo pelos personagens foi suco, pães e bolachas. Em seguida, o professor pede aos alunos que representem a quantidade de lanches consumidos em uma expressão matemática. Com esses dados, o professor organiza as informações no quadro de acordo com a primeira letra do lanche consumido pelos alunos, classificando-os da seguinte maneira: 1 unidade de copo de suco foi representada pela letra “S”, 1 unidade de pão foi representada pela letra “P” e 1 unidade de bolacha foi representada pela letra “B”. Depois, pede que os alunos para organizarem suas informações contendo a quantidade consumida por cada um.

O próximo passo do professor foi pedir para que os estudantes socializassem na lousa as expressões matemáticas construídas por cada um deles. Importante destacar que essa situação foi considerada como uma rotina de resolver problemas, pelo fato de que, no enredo, é a primeira vez em que os personagens lidam com conteúdos matemáticos referentes à álgebra. Essas situações podem ser verificadas nos textos 1 e 2.

> Ao voltar do intervalo, o professor Y se dirigiu até a lousa e começou a falar:
> — Joãozinho, o que você lanchou durante o intervalo?
> — Tomei 1 copo de suco de laranja e comi 2 pães de queijo.
>
> — Para que possamos economizar tempo na escrita, vamos estabelecer que 1 unidade de copo de suco será representada pela letra 'S', 1 unidade de pão será representada pela letra '´P' e 1 unidade de pacote de bolacha será representada pela letra 'B'. Então, se alguém comeu 1 pão, representaremos por P; se forem 2 pães, representaremos por 2P; se forem 4 pães, representaremos por 4P; e assim sucessivamente. Podemos dizer, então, que a quantidade de lanche consumida por Joãozinho pode ser representada em forma de expressão matemática como S + 2P. Deste modo, é mais rápido escrever apenas uma letra do que a palavra inteira. O que vocês acham? — Enquanto dizia isso, o professor escrevera no quadro:
>
> **Joãozinho:** um suco mais dois pães
> **Joãozinho:** S + 2P
>
> — Puxa! Eu nem tinha pensado nisso. — profere Paulo, que já começara a escrever as informações dele e do colega ao lado. Paulo geralmente tinha dificuldades com a disciplina, mas, por ser muito dedicado, esforçava-se bastante para aprender. Quase sempre sentava ao lado de seu amigo Marcos.
> — Cada um de vocês saberia criar uma expressão para representar a quantidade de lanche que comeu durante o intervalo? – perguntou a professora X.
> Os alunos quase que simultaneamente balançaram a cabeça afirmativamente, concordando com a proposta. Naquele momento, os professores davam o primeiro passo para ganhar a confiança e aguçar a curiosidade de seus desconfiados alunos, pois quase todos se punham a escrever algo em seus cadernos.
>
> **Paulo:** S + 1B
> **Maria:** 2S + 3P
> **Carlos:** S + 1P + 1B
> **Mariana:** 2B

Texto 1: Trecho do episódio "lanchando com expressões algébricas" - parte 1
Fonte: Livro "Joãozinho no país da álgebra", p. 16, 2017.

— Cada quantidade de lanche escrita na lousa representando o consumo individual de alunos é uma expressão matemática, que chamaremos de expressão algébrica. Expressões que são chamadas deste tipo possuem letras e números, como em S + 2P ou 2B, ou apenas letras, como em S.

— Muito fácil, professor! — disse alto um aluno lá no fundo da sala.

Joãozinho, que começara a ficar interessado na explicação do professor Y, parou por um instante de fazer perguntas.

— Agora que temos as informações acerca da quantidade de lanches que comeram, podemos formar apenas uma expressão com os dados que conseguimos e ainda descobrir através desta expressão quanto de cada comida e bebida foram consumidos por todos na hora do intervalo. É bem simples. Vejamos: a expressão de Joãozinho somado com a de Marcos e Paulo:

Joãozinho	**Marcos**	**Paulo**
S+2P	3S+5P+2B	S+B

Texto 2: Trecho do episódio "lanchando com expressões algébricas" - parte 2
Fonte: Livro “Joãozinho no país da álgebra”, p. 16, 2017.

Nos diálogos do primeiro capítulo há um processo de trocas de ideias por meio da interação entre os indivíduos, envolvendo palavras e símbolos, a fim de que proporcione a aprendizagem dos personagens em matemática. Nesses dois trechos é possível perceber que ocorre uma interação constante entre os personagens. Também se percebe que o professor Y se utiliza da repetição de ideias e estratégias (ao pedir que os alunos representem seus lanches por meio de expressões algébricas) para que os mesmos possam compreender o seu raciocínio, de modo que sejam capazes de construir e resolver suas próprias expressões matemáticas.

Sfard (2008) compreende a repetição de ideias como fonte principal da eficiência na comunicação. Se um indivíduo sabe como lidar com uma situação problema é porque ele já foi exposto a situações parecidas antes, por isso torna-se apto para programar uma ação durante a solução do problema. No caso desta história, os personagens utilizam elementos do seu cotidiano para facilitar a construção do pensamento algébrico.

O professor Y continuou:

— Colocando os termos semelhantes um ao lado do outro poderá ficar mais fácil para soma-los e reduzir nossa expressão algébrica, ficando da seguinte forma:

$$\begin{array}{ccccc} 2P + 5P & + & 1S + 3S + 1S & + & 2B + 1B \\ 7P & + & 5S & + & 3B \end{array}$$

— Reduzimos nossa expressão para: 7P + 5S + 3B.

Joãozinho estava concentrando-se na explicação do professor em transformar o lanche em expressões algébricas.

— Agora está mais fácil professora: basta somar tudo e vai dar 15PSB, certo?

— Joãozinho, o que significa mesmo o P e o S? — perguntou o Professor Y.

— O P é o pão de queijo, S é o suco e o B, professor, é o pacote de bolachas.

— E se alguém olhar para essa expressão, 15PSB, saberá a quantidade total de suco que foi consumido?

— Não, professor — respondeu Joãozinho. — Então está errado o que eu disse?

O professor, pensando em como melhor explicar aos alunos, continuou:

— Não se trata de estar errado. Mas veja que 15 representa o total de unidades de lanche que foram consumidos. Eu posso dizer que 2 pães de queijo mais 5 pães de queijo é igual a 7 pães de queijo. Todavia, eu posso dizer que 2 pães de queijo mais 1 copo de suco é igual a 3 pães de queijo ou 3 copos de suco?

— Nããããããooooo — respondeu em coro a turma.

— Quanto vai dar o resultado desta expressão? — a inquietude costumeira de Joãozinho perante os fatos por ele não compreendidos permanecia mais viva do que nunca.

— O resultado é exatamente este, Joãozinho — respondeu o professor Y. — Não se pode juntar a quantidade de pão com a de suco e a de bolacha e encontrar um valor numérico que represente esta soma, pois se trata da adição de números que se referem a coisas diferentes.

Enquanto o professor Y fora buscar uma garrafinha com água, a professora X continuou a explicação.

— Nas expressões algébricas nem sempre podemos somar dois ou mais termos dela e obter um único valor. Apenas podemos fazer isto caso representarem a mesma coisa ou o mesmo objeto. 2P + 7P é o mesmo que 7P, pois se está somando quantidades de pães. Mas 2P + 3S não é possível encontrar um único termo, porque se está somando a quantidade de unidades de pães com as de suco. Portanto, Marcos, Joãozinho e Paulo comeram juntos 7 pães de queijo (7P) mais 5 sucos (5S) mais 3 pacotes de bolachas (3B). Compreendido, turma?

— Sim, professora. — disseram os alunos.

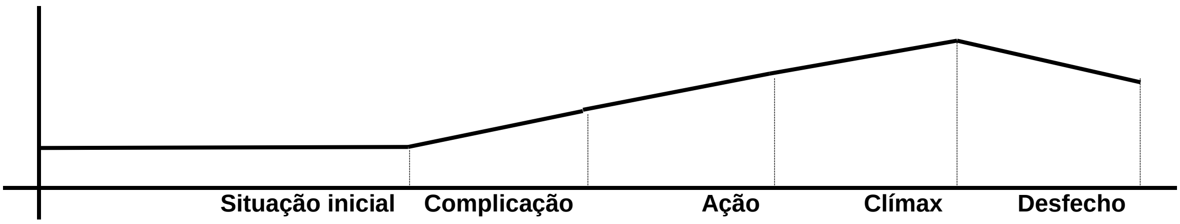
Em seguida, X avisa que a aula está encerrada.

Texto 3: Trecho do episódio "lanchando com expressões algébricas" - parte 3
Fonte: Livro “Joãozinho no País da álgebra”, p. 16, 2017

Neste trecho, os personagens tentam fazer adição de expressões algébricas e o personagem Joãozinho tenta resolver a situação algébrica por meio de métodos aritméticos. O professor pede aos alunos para que organizem os dados em termos semelhantes, organizando o mesmo tipo de lanche um ao lado do outro. Ao fazer a soma algébrica reduzindo os termos semelhantes, a turma chegou na expressão $7P + 5S + 3B$ que representa a quantidade de sete unidades de pães, cinco unidades de suco e três unidades de bolacha.

Neste momento, o personagem Joãozinho continuou somando todos os termos da expressão, construindo uma narrativa (não endossada) para o processo de solução de expressões algébricas. Joãozinho utilizava até então o raciocínio do discurso aritmético (ao somar todos os itens para obter um valor total) que não corresponde ao discurso algébrico na soma de termos diferentes. Nesse caso, o discurso aritmético de Joãozinho não era suficiente para resolver uma expressão algébrica. Após este fato, os professores da história explicaram que no discurso algébrico não se pode somar termos diferentes e Joãozinho aceita mudar o uso da regra metadiscursiva no contexto em questão, resolvendo o problema matemático neste capítulo. As ações dos personagens neste episódio corroboram com as ideias Sfard (2008), principalmente no que diz respeito a aprendizagem da matemática, em que a autora compreende que aprender matemática é como modificar e/ou ampliar o próprio discurso, fato visível neste episódio quando Joãozinho se apropria do discurso matemático algébrico para solucionar situações problemas ainda não vivenciadas pelo personagem.

Quanto à sequência narrativa deste episódio, as rotinas de exploração ocorrem principalmente durante as reações dos personagens diante da complicação da trama até a etapa em que ocorre o clímax, considerado o ápice da história. Esse fator pode ser observado na Figura 1.



Situação inicial	**Complicação**	**Ação**	**Clímax**	**Desfecho**
Professores apresentam o passeio pelas expressões algébricas	Alunos representam a quantidade de lanche com expressões matemáticas	Alunos estabelecem unidades para representar o tipo de lanche consumido	Alunos organizam os dados coletados formando expressões algébricas	Professores finalizam a aula, avaliam e aprendizagem e anunciam a continuidade do passeio nas próximas aulas
Não ocorrem rotinas de exploração	*Não ocorrem rotinas de exploração*	*Rotinas de construir narrativas*	*Rotinas de construir narrativas*	*Não ocorrem rotinas de exploração*

Figura 1: Sequência narrativa do episódio "lanchando com expressões algébricas".
Fonte: Dados da pesquisa

Em duas etapas da sequência narrativa ocorrem as rotinas de construir narrativas. Esse fator pode ocorrer devido ao tipo de reações dos personagens diante do problema matemático introduzido ainda na complicação, como também dos próprios métodos utilizados para a resolução do problema, que acontece, geralmente, após diversas tentativas dos personagens.

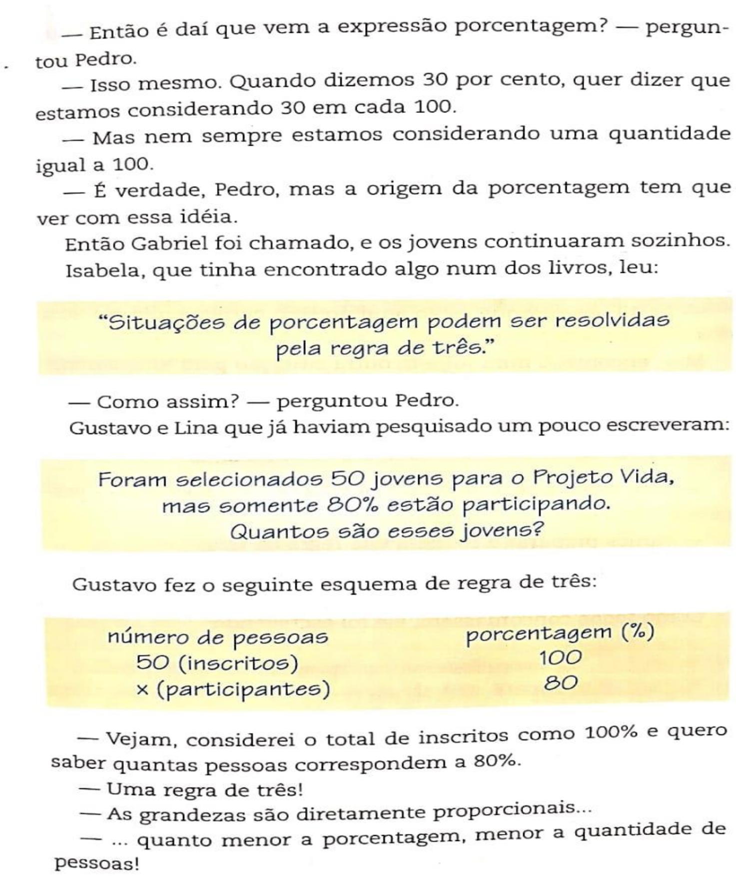
Na Figura 1 se vislumbra um aumento no número de ações que ocorrem em cada etapa da narrativa. O número de ações que ocorrem entre a situação inicial e a complicação neste episódio são de 10 atos, independentemente dos que envolvem conteúdos matemáticos ou não, enquanto o número de atos que ocorrem da complicação ao clímax corresponde a 13 e geralmente envolvem conversações relacionadas ao conteúdo matemático abordado no episódio.

Assim, é possível perceber que o número de atos que ocorrem na situação inicial é próximo do número de ações que ocorrem nas etapas seguintes. Já no desfecho os números de ações dos personagens correspondem a 4 atos. Esse fato pode ser considerado como um os pontos negativos da obra, pois, em muitas obras, o leitor se depara com uma série de atos iniciais que não possui nenhuma importância na construção do enredo e nem favorecem discussões a respeito de objetos matemáticos, tornando a leitura exaustiva, prejudicando a qualidade do próprio episódio.

Outra rotina que envolve resolução de problemas é encontrada na obra “Uma proporção ecológica”. No decorrer da trama surgem alguns problemas matemáticos a serem resolvidos pelos personagens, geralmente abordados em contextos do cotidiano. É uma obra constituída por 13 capítulos e narra a história de seis amigos que vão para uma cidade do interior divulgar a importância da coleta de lixo durante a Semana Mundial do Meio Ambiente. É um livro da série “A descoberta da Matemática” e sua trama desenvolve os conteúdos matemáticos razão, proporção, regra de três simples e porcentagem, voltados principalmente para o leitor adolescente e equivalentes às séries finais do ensino fundamental.

No enredo há um conjunto de ações vividas pelos personagens que consiste em uma competição entre duas equipes (meninos contra meninas: terra x fogo), que disputam entre si o pleito de arrecadar o maior número possível de materiais recicláveis ou não. A estrutura do livro pode ser verificada no Apêndice deste trabalho.

O trecho da história em que se apresenta uma rotina de resolver problemas ocorre no capítulo 10, intitulado "O fim de semana", quando no enredo são apresentadas situações que envolvem cálculo de porcentagem pelo método da regra de três simples (Figura 2).



— Então é daí que vem a expressão porcentagem? — perguntou Pedro.

— Isso mesmo. Quando dizemos 30 por cento, quer dizer que estamos considerando 30 em cada 100.

— Mas nem sempre estamos considerando uma quantidade igual a 100.

— É verdade, Pedro, mas a origem da porcentagem tem que ver com essa idéia.

Então Gabriel foi chamado, e os jovens continuaram sozinhos.

Isabela, que tinha encontrado algo num dos livros, leu:

"Situações de porcentagem podem ser resolvidas pela regra de três."

— Como assim? — perguntou Pedro.

Gustavo e Lina que já haviam pesquisado um pouco escreveram:

Foram selecionados 50 jovens para o Projeto Vida, mas somente 80% estão participando. Quantos são esses jovens?

Gustavo fez o seguinte esquema de regra de três:

número de pessoas	porcentagem (%)
50 (inscritos)	100
x (participantes)	80

— Vejam, considerei o total de inscritos como 100% e quero saber quantas pessoas correspondem a 80%.

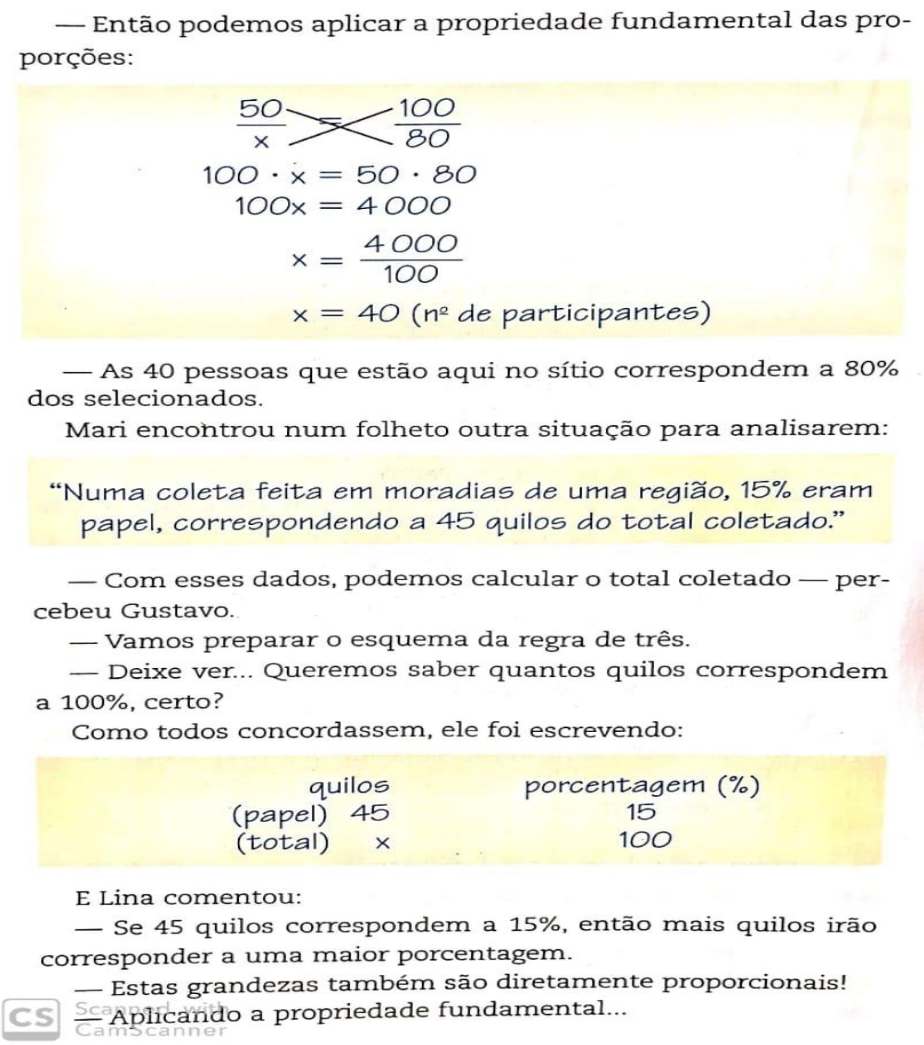
— Uma regra de três!

— As grandezas são diretamente proporcionais...

— ... quanto menor a porcentagem, menor a quantidade de pessoas!

Figura 2: Trecho do episódio "o fim de semana" - parte 1
Fonte: Livro "uma proporção ecológica", p. 59, 2002

Neste trecho aponto para uma interação entre os personagens, como por exemplo, quando Isabela encontra em algum livro um texto que diz que as situações que envolvem porcentagem podem ser resolvidas pela regra de três simples e logo em seguida é questionada por Pedro sobre como isso poderia ocorrer. A partir disso, os outros personagens começam a apresentar questões problemas para que pudessem resolvê-los utilizando-se do método da regra de três simples. Essa ação pode ser observada na Figura 4.



— Então podemos aplicar a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{50}{x} = \frac{100}{80}$$
$$100 \cdot x = 50 \cdot 80$$
$$100x = 4\,000$$
$$x = \frac{4\,000}{100}$$
$$x = 40 \text{ (nº de participantes)}$$

— As 40 pessoas que estão aqui no sítio correspondem a 80% dos selecionados.

Mari encontrou num folheto outra situação para analisarem:

"Numa coleta feita em moradias de uma região, 15% eram papel, correspondendo a 45 quilos do total coletado."

— Com esses dados, podemos calcular o total coletado — percebeu Gustavo.

— Vamos preparar o esquema da regra de três.

— Deixe ver... Queremos saber quantos quilos correspondem a 100%, certo?

Como todos concordassem, ele foi escrevendo:

	quilos	porcentagem (%)
(papel)	45	15
(total)	x	100

E Lina comentou:

— Se 45 quilos correspondem a 15%, então mais quilos irão corresponder a uma maior porcentagem.

— Estas grandezas também são diretamente proporcionais!

— Aplicando a propriedade fundamental...

Figura 3: Trecho do episódio "o fim de semana" - parte 2
Fonte: Livro "uma proporção ecológica", p. 60, 2002

Nesta interação os personagens da história já possuem, aparentemente, algum conhecimento prévio do conteúdo matemático abordado, ou seja, fazem uso da ação de relembrar narrativas (Texto 4).

"… No domingo, Gabriel sugeriu que os jovens dedicassem parte da manhã a pesquisar porcentagem.
Assim que ouviram a sugestão, acharam que era muito fácil, porque conheciam um pouco do assunto, mas ele (Gabriel) comentou:
- Embora vocês já tenham uma noção do que é porcentagem, é importante relacioná-la com as proporções, assim serão capazes de compreender o conceito e não somente aplicar uma "regra" de cálculo, o que muita gente faz…"

Texto 4: Trecho do episódio "o fim de semana" - parte 3
Fonte: Livro "Uma proporção ecológica", p. 58, 2002.

Esse fator explica o motivo pelo qual aparecem dúvidas entre os personagens sobre o conteúdo matemático eles conseguem compreender de maneira rápida e sem questionamentos, como pode ser observado no Texto 5.

> "… Mari encontrou num folheto outra situação para analisarem:
> Numa coleta feita em moradias de uma região, 15% eram papel, correspondendo a 45 quilos do total coletado.
> - Com esses dados, podemos calcular o total coletado – perguntou Gustavo.
> - Vamos preparar o esquema da regra de três.
> - Deixe ver… Queremos saber quantos quilos correspondem a 100%, certo?
> Como todos concordaram, ele foi escrevendo (a regra de três).
> - E Lina comentou:
> - Se 45 quilos correspondem a 15%, então mais quilos irão corresponder a uma maior porcentagem.
> - Estas grandezas também são diretamente proporcionais!
> _ Aplicando a propriedade fundamental…
> - O total coletado foi de 300 quilos…"

Texto 5: Trecho episódio "o fim de semana" - parte 4
Fonte: Livro "Uma proporção ecológica", 2002

Não ocorre nenhum questionamento sobre o conteúdo matemático estudado. Assim, esse texto pode ser próprio para o leitor que já tem uma boa compreensão do tema ou que consegue resolver problemas envolvendo porcentagem. Isso deve-se ao fato de que não aparecem no texto o processo da resolução de problema por meio da regra de três simples, ou mesmo por outras formas de resolução. Ou, ainda, não descreve com palavras como ocorre esse processo de resolução, apresentando apenas uma solução do problema. Por tratar-se de uma regra em nível de objeto é imprescindível destacar que a aprendizagem neste nível se dá por meio da ampliação do discurso alcançado através da extensão de vocabulário, de construção de novas rotinas e produção de narrativas endossadas (SFARD, 2008), o que não ocorre na situação citada.

Vale ressaltar que neste livro os conteúdos matemáticos aparecem obedecendo a seguinte ordem: razão, proporção, regra de três e porcentagem.

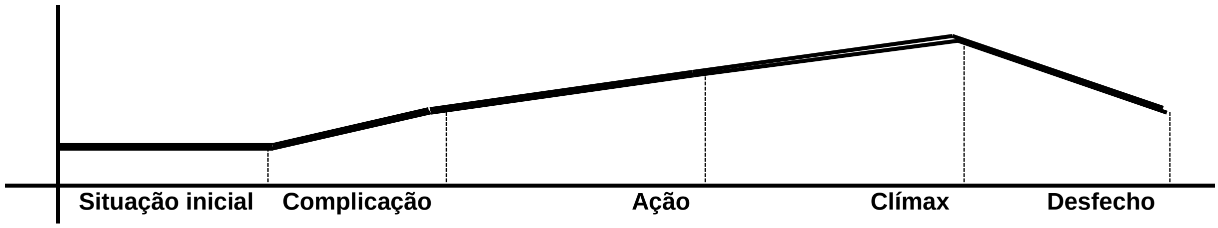
Analisando a situação apresentada no Texto 4, é possível observar que os personagens procuram encontrar a quantidade total do lixo de papel produzido em uma determinada região em que foram visitar. Parte dos dados do problema já eram conhecidos, como a quantidade de papel referente a 45 quilos que representava apenas 15% do total de quilos de papel recolhidos nessa localidade.

Assim, seria possível com esses dados relacionar as quantidades apresentadas, em que 45 quilos correspondem a 15% do total e o total de 100% corresponde a um valor até então desconhecido no texto. Nesse caso, uma das maneiras de resolver a situação problema seria a partir da regra de três simples, em que três números são conhecidos e pede-se o quarto. É possível dizer que a rotina de resolver problema é uma ação discursiva utilizada pelos personagens durante uma comunicação interativa que descreve a realização por eles empregada. Esse fator destacaria uma aprendizagem do nível meta dos personagens.

Entretanto, para que essa forma de resolver problemas seja aceita é necessário possuir uma narrativa que respalde ou fundamente o uso da regra de três, ou seja, uma narrativa de relembrar uma ação. Uma das narrativas que fundamentam a utilização desse método é o teorema fundamental das proporções, pois as grandezas envolvidas (a quantidade de massa e porcentagem) estão relacionadas proporcionalmente, permitindo a aplicação desse teorema. Esse fator pode ser observado quando um dos personagens percebem a proporcionalidade existente no problema (final da página na figura 3).

As relações das diferentes grandezas envolvidas são identificadas nesse tipo de rotina por envolver a igualdade entre duas razões e a proporção utilizando-se da relação fundamental entre as grandezas, para que seja possível resolver o problema de porcentagem pelo método da regra de três simples.

Quanto às rotinas de exploração que ocorrem neste episódio, podem ser observadas na Figura 4.



Situação inicial	Complicação	Ação	Clímax	Desfecho
Equipes da coleta seletiva são escaladas para preparar o almoço do dia e aprendem sobre o princípio ambientalista internacional dos 3Rs	Personagens recebem a missão de pesquisar sobre porcentagem e relacionar com as noções de proporção e compreender o conceito e não apenas uma regra de cálculo	Personagens percebem que situações de porcentagem podem ser resolvidas pela regra de três	Personagens conseguem resolver diversos problemas que envolvem porcentagem aplicando a propriedade fundamental das proporções	Professor responsável parabeniza a equipe por compreenderem os conceitos e aplicações de porcentagem
Não ocorre rotinas de exploração	*Não ocorre rotinas de exploração*	*Rotinas de relembrar narrativas*	*Rotinas de relembrar narrativas*	*Não ocorre rotinas de exploração*

Figura 4: Sequência narrativa do episódio "o fim de semana".
Fonte: Dados da pesquisa

No episódio analisado a rotina de exploração predominante se caracteriza pelos atos de relembrar narrativas. A ocorrência desta rotina fica evidente após a complicação na trama da história. A rotina de relembrar narrativas diz respeito ao tipo de ações que os personagens dispuseram para resolver o problema proposto durante a complicação do enredo.

Assim há ocorrências apenas da rotina de relembrar narrativas, fator observado em duas etapas da sequência narrativa, durante o desenvolvimento das ações (reações dos personagens diante da complicação) e no clímax. Assim, é possível dizer que para a resolução da complicação na trama os personagens se utilizaram apenas de ações e reações que já vivenciaram em outros episódios, recorrendo apenas a conhecimentos matemáticos já adquiridos anteriormente (no caso deste episódio, buscaram por situações vivenciadas em episódios anteriores).

O número de ações que ocorre entre a situação inicial e a complicação correspondem a 10 atos, nem sempre envolvendo assuntos relacionados à matemática. Já o número de atos que ocorrem da complicação ao clímax corresponde a 14 atos, envolvendo discussões a respeito da temática discutida na trama.

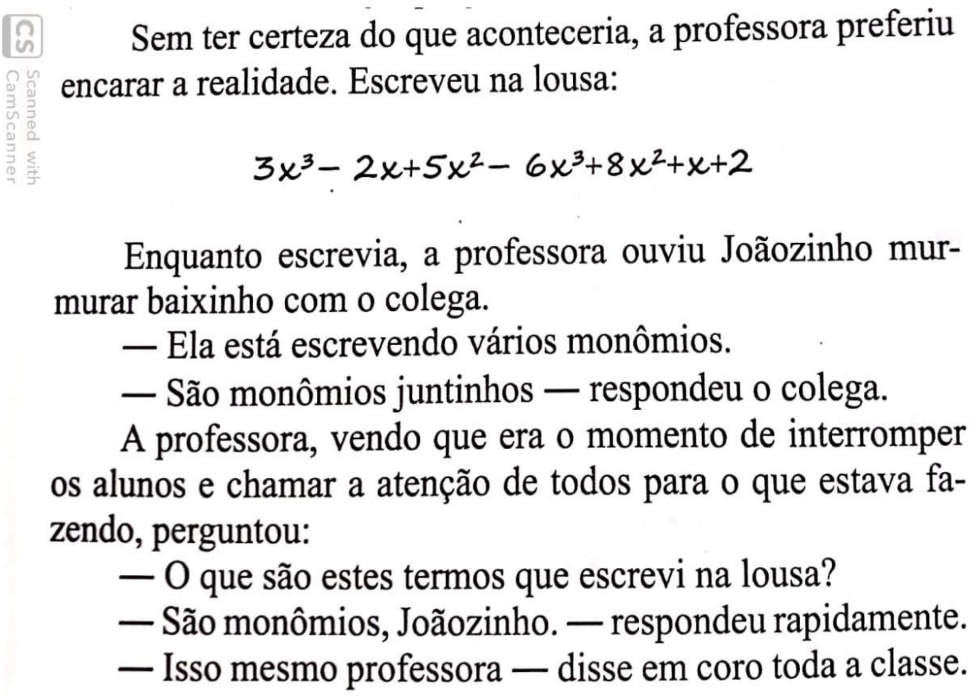
Porém, este fator pode ser considerado um ponto negativo para o episódio, pois além de apresentar os conteúdos matemáticos de formas isoladas ao texto do enredo, os números de atos que envolvem a resolução de problemas são limitados e na maioria das vezes não ocorre tentativas e nem questionamentos por parte dos personagens quanto ao discurso matemático evidenciado na estória.

5.3 Rotinas de resolver exercícios

A rotina de resolver exercício é caracterizada pela realização e/ou repetição de alguma ação em contextos matemáticos, a qual os personagens já vivenciaram anteriormente e colocam em prática, tornando-se uma repetição de conhecimentos matemáticos até então adquiridos. Em outras palavras, é possível dizer que a rotina de resolver exercícios não exige uma ideia nova, ou até mesmo criatividade, pois é necessário apenas a aplicação de conhecimentos já alcançados.

Um dos exemplos deste tipo de rotina pode ser verificado no capítulo 3 do livro "Joãozinho no País da Álgebra". Neste episódio, a personagem Professora X inicia a aula informando o que os alunos aprenderiam, esclarecendo que o passeio do dia será pelas expressões algébricas, especialmente pelas operações de adição e subtração de polinômios.

Nos episódios anteriores (Capítulos I e II) do livro, os personagens vivenciaram o passeio pelas expressões algébricas, e especificamente, conheceram um pouco sobre monômios e grau de monômios. Estes conhecimentos seriam cruciais para o desenvolvimento da rotina de resolver exercícios no capítulo 3 da obra. A professora, representada pela personagem "Professora X", inicia a introdução do conteúdo matemático, escrevendo na lousa uma expressão algébrica, na qual os alunos conseguem fazer relações com os conhecimentos acerca dos monômios (Figura 5).



Sem ter certeza do que aconteceria, a professora preferiu encarar a realidade. Escreveu na lousa:

$$3x^3 - 2x + 5x^2 - 6x^3 + 8x^2 + x + 2$$

Enquanto escrevia, a professora ouviu Joãozinho murmurar baixinho com o colega.

— Ela está escrevendo vários monômios.

— São monômios juntinhos — respondeu o colega.

A professora, vendo que era o momento de interromper os alunos e chamar a atenção de todos para o que estava fazendo, perguntou:

— O que são estes termos que escrevi na lousa?

— São monômios, Joãozinho. — respondeu rapidamente.

— Isso mesmo professora — disse em coro toda a classe.

Figura 5: Trecho do episódio "Redução" - parte 1
Fonte: Livro “Joãozinho no País da álgebra”, p. 29, 2017.

É possível notar que os personagens se deparam com um polinômio, ou seja, uma expressão algébrica formada pela adição de monômios. A professora continua explicando o conteúdo, apresenta o polinômio, trata das partes que compõem a expressão, que são chamadas de termos, além de explicar as possíveis semelhanças entre eles, a fim de ensinar aos alunos a redução de polinômios. Quando a professora questiona as características em comum do polinômio $3x^3 - 2x + 5x^2 - 6x^3 + 8x^2 + x + 2$, vários personagens (alunos) começam a argumentar e apresentar essas características, tais como as que se encontram na parte literal, no grau do monômio e no coeficiente da expressão. Esse fator é relevante no texto, pois a história, por meio dos personagens, consegue apresentar as regularidades matemáticas sob diferentes pontos de vistas (Figura 6).

polinômio e nelas é comum encontrarmos termos que possuem certas semelhanças entre si. Quais termos do polinômio que está na lousa vocês acham que possuem algum tipo de característica em comum com outros da mesma expressão?

— O -2 e o 2x — disse Rafael. O garotinho gostava muito de brincar dentro da sala durante as aulas e vez ou outra chegava atrasado. Também era comum vê-lo esperando o colega terminar de copiar do quadro para depois fazer o mesmo para si.

— Mas eu acho o $2x$, $6x^3$,$8x^2$ possuem mais semelhanças — retrucou Larissa.

— Por que? — quis saber Rafael mediante a argumentação do colega.

— Oras, todos eles possuem coeficiente numérico par e a parte literal é x — foi a vez de Pedrinho justificar.

— Deve ser o $3x^3 - 2x + 5x^2 - 6x^3 + 8x^2 + x$, pois a parte literal de todos é a mesma letra — sugeriu Joãozinho.

— Eu acho que não é, Maria, pois alguns deles tem x^2 e outros x^3. Deve ser o $3x^3$ e $-6x^3$, pois os dois termos possuem a mesma parte literal — disse Rafael.

Figura 6: Trecho do episódio "Redução" – parte 2
Fonte: Livro “Joãozinho no país da álgebra”, p. 30, 2017.

Após essa interação entre os estudantes, a professora questiona sobre os critérios mais adequados na matemática para a situação apresentada no texto da Figura 6 e começa a explicar aos alunos sobre termos semelhantes e principalmente sobre o método a ser levado em consideração para identificá-los, neste caso, a parte literal. Nesse sentido, a Professora X explica que em certas circunstâncias os polinômios apresentam muitos termos e que nestes casos, às vezes, é possível reduzi-los, ou seja, simplificá-los, diminuindo a extensão da expressão, de modo que o resultado não seja alterado.

Após essa explicação a professora reduz os termos do polinômio apresentado na lousa e escreve outros para que os alunos possam resolver, como forma de exercícios, para treinar aquilo que acabara de ser apresentado (Figura 7).

— Entendi sim. Posso escrever na lousa a minha resposta para a questão? — perguntou Joãozinho.

— Claro que pode! — disse a professora, incentivando o aluno.

Mais que depressa, o aluno foi até a lousa, como havia pedido.

$$3x^3 - 6x^3 - 2x + x + 5x^2 + 8x^2 + 2$$

$$3-6\,(x^3) \quad -2+1(x) \quad +5+8\ (x^2) \quad +2$$

$$-6x^3 \quad -x \quad +13x^2 \quad +2$$

— Também fiz assim — disse um aluno.

— Agora vamos reduzir os termos $5x^2-4x^3+3+8x^2-5$.

Joãozinho, querendo mostrar a todos que entendeu o assunto, diz:

— Essa é fácil. O resultado é $-4x^3+13x^2-2$.

— Muito bem, Joãozinho. Você entendeu mesmo.

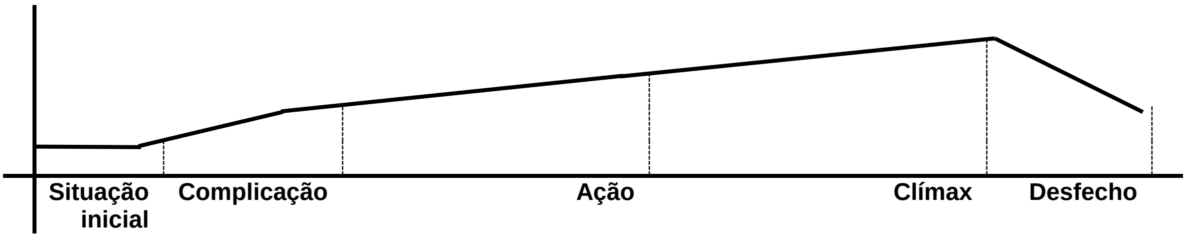
Neste momento, a professora se afastou um pouco e o professor Y começou a passar outra atividade para a turma.

$$2x^3+2x^2+2x$$
$$2x^4+2x^2$$

Figura 7: Trecho do episódio 'Redução" – parte 3
Fonte: Livro “Joãozinho no país da álgebra”, p. 33, 2017.

É comum perceber a rotina de resolver exercícios numa sala de aula. Esse deve ser um dos motivos pelo número de frequência desta rotina presente nos livros paradidáticos. Geralmente, as obras literárias de matemática, tendem a representar uma sala de aula em seus enredos, mesmo que em espaços diferentes, o processo de ensino é caracterizado por metodologias semelhantes, ou que pelo menos se assemelham àquelas praticadas em sala de aula (DALCIN, 2002). Esta rotina refere-se, principalmente, a repetição do uso de ideias e padrões que também são característicos do discurso matemático.

As rotinas de exploração existentes neste episódio podem ser observadas na Figura 8.



Situação inicial	Complicação	Ação	Clímax	Desfecho
Professora apresenta o passeio pela adição e subtração de polinômios	Professora indaga sobre elementos de um polinômio	Alunos relembram noções de monômios e suas características	Alunos compreendem sobre coeficiente numérico e parte literal de um monômio e começam a reduzir polinômios pela adição e subtração.	Professores finalizam a aula, avaliam e anunciam a continuidade do passeio nas próximas aulas
Não ocorrem rotinas de exploração	*Não ocorrem rotinas de exploração*	*Rotinas de relembrar narrativas*	*Rotinas de construir narrativas*	*Não ocorrem rotinas de exploração*

Figura 8: Sequência narrativa do episódio "Redução"
Fonte: Dados da pesquisa

Neste episódio foram identificados dois tipos de rotinas de exploração utilizadas pelos personagens, as que relembram narrativas e posteriormente a utilização desta rotina para a construção de outra.

Na situação inicial e complicação ocorrem 8 atos dos personagens, enquanto que, nas ações e clímax ocorrem 21 ações dos personagens e todas envolvem discussões referentes ao conteúdo de matemática explanados na trama, fator que pode ser considerado como positivo para este episódio, favorecendo principalmente a construção de novas narrativas pelo leitor, por meio dos atos dos personagens desenvolvidos na trama.

5.4 Rotinas que exploram a curiosidade

Explorar curiosidade pode ser caracterizada pelos desejos intensos dos personagens pela aprendizagem de algum objeto ou um novo conhecimento matemático. É uma rotina pouco frequente nos livros paradidáticos analisados. Na maioria dos casos, está relacionada à rotina de resolver problemas presente nos enredos.

Um dos exemplos desta rotina se encontra na obra intitulada “O segredo dos números”, de Luzia Faraco Ramos, publicado pela editora ática no ano de 2002. A obra aborda os conteúdos matemáticos voltados para os sistemas de contagem e potenciação. O livro conta a história de Tomás, que fica de férias e vai para uma ilha paradisíaca, em busca de um tesouro. Para isso explora o local, faz novas amizades e descobre o gosto pela matemática.

No capítulo 2 do livro “O segredo dos números”, o protagonista Tomás passa por algumas situações as quais incitam a sua curiosidade para os processos de contagem. Uma dessas situações é quando ocorre um “faz de conta” entre os personagens, para voltarem no tempo em que ainda não existia a invenção dos números. Esse desafio aparentemente seria o motivo para o entendimento e compreensão de alguns processos de contagem conhecidos pelos personagens. O desafio começa quando o personagem Miguel faz a seguinte indagação: “ – *Vamos imaginar que moramos numa comunidade onde cada um de nós tem suas tarefas. A sua, Tomás, é pescar para nos alimentar! Como pode fazer isso?*”. Esse questionamento de Miguel deixa o protagonista pensativo, raciocinando sobre como poderia responder a esta indagação.

— Como fazer isso se não sei contar? Hum... já sei, levo todos para a beira do mar e pesco um peixe para cada um de nós.

Meg desaprovou:

— Não podemos ficar a manhã inteira sentados à beira-mar... temos outras coisas para fazer... Encontre outro jeito.

— Humm... Pesco um peixe e trago pra você, Meg, e volto para o mar, depois pego outro e trago para o Miguel, assim por diante...

— Isso vai demorar muito — reclamou Iandé, que acompanhava a conversa. — O Miguel também já brincou disso comigo!

João da Mata, que fazia questão de ser chamado assim, era o menor de todos. Ele não estava envolvido com a conversa e comentou:

— Vejam quantas conchas tem na areia hoje. Vou catar conchas...

E foi para a beira do mar, seguido por Iandé, dando uma excelente idéia para Tomás.

— Posso usar as conchas. Separo uma concha para cada um de nós e vou com elas para o mar. Pesco um peixe para cada concha, e sei que estarei pescando um peixe pra cada um de nós.

— Muito bem! — aplaudiram todos.

— Você já está reinventando a contagem, Tomás — disse Meg.

— Foi assim mesmo que os homens começaram a contar, comparando as quantidades uma a uma.

Figura 9: Trecho do episódio "O início das contagens" – parte 1
Fonte: Livro “O segredo dos números”, p. 16, 2002.

Nesse trecho é possível notar que Tomás não conseguiu responder ao questionamento de Miguel da maneira que fosse aceitável pelos outros personagens. Nesse caso, um dos personagens começa a criar um processo de contagem por meio de comparações, ele utilizou conchas para representar a quantidade de pessoas existentes e comparar com a quantidade necessária de peixes que precisaria ser pescada. Em contrapartida, a utilização das conchas para a representação da contagem foi questionada logo a seguir, caso ocorresse alguma necessidade em que fosse preciso organizar alguma coisa de grande quantidade. As possibilidades apontadas pelos personagens podem ser vistas na Figura 10.

João da Mata, que passava perto, ouviu a pergunta e respondeu:

— Fazendo montinhos! Eu sempre faço montinhos com as minhas coisas!

Tomás, que acompanhava o raciocínio, aprovou:

— Fazer montinhos é uma excelente idéia, mas precisamos guardar esses montinhos em algum lugar... — pensou um pouco, olhou em volta e encontrou uma solução. — Já sei! Posso guardar os montinhos de conchas em cascas de coco. Cada montinho numa casca.

— Ótimo, Tomás! Mas, como estamos reinventando uma forma de contagem, temos de definir algo importante: qual a quantidade que vamos colocar em cada montinho — interveio Miguel.

— Isso é impossível! Ainda não inventamos os números — retrucou Tomás.

— As quantidades sempre existiram, Tomás. Temos de descobrir algo que tenha uma quantidade fixa, e que já existia, pra nos ajudar a gerar um padrão fixo.

— Ou seja, algo que nunca mude — completou Meg. — Algo que esteja comigo em qualquer lugar... que seja igual para todos...

— A única coisa que sempre vai comigo pra onde eu vou é o meu corpo! — Após uma pausa proposital, ele concluiu: — Os meus dedos! Eles sempre estão comigo. E todos temos a mesma quantidade de dedos...

Os companheiros comemoraram e, animado, Tomás continuou:

— Separo uma quantidade de conchas igual à quantidade dos dedos de minhas mãos e guardo cada montinho num coco.

— Por que não contamos também os dedos dos pés? — perguntou João da Mata.

— Os povos foram aprendendo, ao longo do tempo, a usar o corpo para fazer contagens... muitos contaram de 5 em 5, outros consideravam a quantidade 20, incluindo os dedos dos pés... Mas o que permaneceu mesmo foi a contagem de 10 em 10, ou seja, decimal — explicou Miguel.

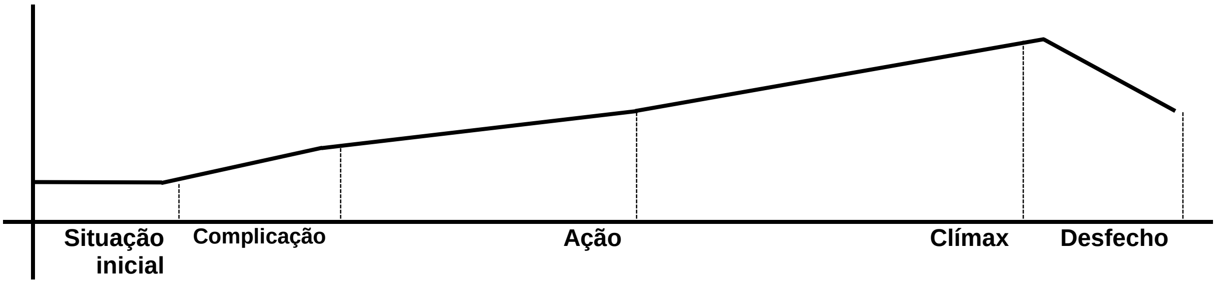
Figura 10: Trecho do episódio "O início das contagens" – parte 2
Fonte: Livro “O segredo dos números”, p. 18, 2002.

Os personagens começam a fazer relações do processo de contagem, adquirido por eles durante o enredo, com algumas partes do corpo, principalmente as mãos, para que fosse possível gerar um padrão fixo de contagem. Surpreso com a descoberta, Tomás relaciona o sistema de contagem de 10 em 10 com a quantidade de dedos que o ser humano possui nas duas mãos. Devido juntarem muitas conchas, o próximo passo era o de contar as que foram coletadas, porém lembraram que fizeram uma viagem ao passado e que ainda não sabiam contar, recorreram então ao processo de contagem por meio da quantidade de dedos que possuem nas mãos, chamando esta ação de primeira “calculadora do mundo”. Utilizando essa técnica, começaram a formar montinhos que tinham a mesma quantidade dos dedos das mãos, colocando uma concha em cada dedo das mãos.

Assim que todos os dedos dos personagens eram ocupados, cada um com uma concha, os personagens retiravam as conchas e guardavam numa casca de coco, logo após, reiniciavam a distribuição das conchas nos dedos. Porém para registrar a quantidade de conchas que haviam sido coletadas, deram um salto no tempo, para que fosse possível registrar a quantidade de conchas numa tabela, por meio dos algarismos.

Esses trechos da história, podem refletir um pouco da rotina que diz respeito à exploração da curiosidade, principalmente quando os personagens buscam por alternativas e/ou soluções para situações problemas do campo da matemática. Pode-se dizer que uma frequência maior desta rotina em livros paradidáticos poderia viabilizar a compreensão dos personagens quando aos conteúdos de matemática, desde que seja um texto bem elaborado pelo autor da história, ou seja, é necessário que o escritor tenha um prévio conhecimento do assunto que irá abordar, principalmente referente aos do discurso matemático. Além disso, as ideias precisam ser claras e objetivas para o entendimento do leitor. Esse fator, além de estimular a imaginação do leitor, via a exploração da curiosidade pela matemática dos personagens, pode ser essencial para a aprendizagem, de modo que seja possível fazer relações para relembrar, construir ou até mesmo endossar narrativas matemáticas.

Por outro lado, essa situação está diretamente relacionada, principalmente, à maneira como a trama é desenvolvida do que pelo fato de ser uma curiosidade. A sequência narrativa identificando os tipos de rotinas de exploração que ocorrem neste episódio podem ser verificadas na Figura 11.



Encontro entre amigos à beira mar, onde os discutem a respeito do tempo	Em uma "volta ao tempo", em que ainda não se conheciam os números, ocorre o desafio de pescar e alimentar o grupo	Utilizam algumas situações de contagem para resolverem o problema	"Reinventam" o processo de contagem utilizando a quantidade de dedos das mãos, dão um salto no tempo e começam a organizar dados em tabelas utilizando os algarismos, compreendendo o sistema decimal de numeração	Descobrem e entendem sobre dezenas e unidades, percebem que está anoitecendo e retornam para casa
Não ocorrem rotinas de exploração	*Não ocorrem rotinas de exploração*	*Rotinas de construir narrativas*	*Rotinas de construir narrativas*	*Não ocorrem rotinas de exploração*

Figura 11: Sequência Narrativa do episódio "o início das contagens"
Fonte: Dados da pesquisa

O número de atos que acontecem nas etapas de situação inicial e complicação juntas correspondem a 9, enquanto que nas etapas de ações e clímax ocorrem 23 atos dos personagens, que discutem na sua maioria, especialmente, as noções de matemática que envolvem os processos de contagem. O número de atos deste episódio segue praticamente o mesmo padrão do episódio intitulado "redução", diferenciando-se, nos tipos de rotinas apresentadas para resolver a complicação do enredo. Do mesmo modo, o desfecho encerra-se apenas com quatro atos que não aludem ao conteúdo matemático.

Esse episódio, não diferente dos outros analisados anteriormente, apresenta as rotinas de exploração apenas nas etapas que envolvem as ações e clímax. Neste caso, a ênfase é para a rotina de construir narrativas em ambas etapas, caracterizada pelo processo no qual os personagens constroem narrativas acerca de uma descoberta, observação ou de uma reflexão matemática (RIPARDO, 2014).

5.5 Rotina de Provar

Esta rotina diz respeito a demonstração de alguma narrativa matemática e geralmente ocorre quando os personagens de histórias narrativas ficcionais tentam e/ou provam algum conceito da matemática, como as propriedades ou teoremas. Um dos exemplos deste tipo de rotina se encontra na obra “Uma proporção ecológica”, mais especificamente no capítulo 4, em que os personagens pesquisam conceitos matemáticos relacionados ao estudo de proporção e descobrem a propriedade fundamental das proporções.

O episódio 2, intitulado “Aprendendo sozinhos”, começa com um grupo de amigos (Equipe Terra) que pesquisa sobre proporção para preparar uma apresentação com essa temática. No episódio anterior da história, um outro grupo de amigos (Equipe Fogo) apresentou sobre conceitos de razão, fazendo comparações de duas grandezas envolvendo as mesmas unidades de medida. Como a história trata da coleta de materiais recicláveis, então a equipe Fogo apresentou explicações por meio do material coletado, enfatizando a razão entre cada tipo de material e o total coletado pelo grupo de amigos. Portanto, neste episódio em que os personagens tentam provar a propriedade fundamental das proporções, eles já possuem conhecimentos acerca dos conceitos de razão.

Após uma breve apresentação do que a equipe fogo explicou sobre razão anteriormente, um dos personagens pergunta para suas amigas o conceito de proporção. Como eles haviam pesquisado em livros, logo obtiveram a resposta e começaram a fazer relação com a quantidade de alguns materiais coletados (Figura 12).

Enquanto Isabela escrevia algo na lousa, Mari comentou:

— O Gabriel pediu o conceito de proporção, aqui está:

Proporção é a igualdade de duas razões.

E continuou:

— Em nossa coleta, de 50 quilos, 30 quilos eram de papel. Então montamos a seguinte razão:

$$\frac{30}{50}$$

— Sabemos que as propriedades das frações também são válidas para as razões. Dessa forma, quando simplificamos essa razão por 10, encontramos a seguinte proporção:

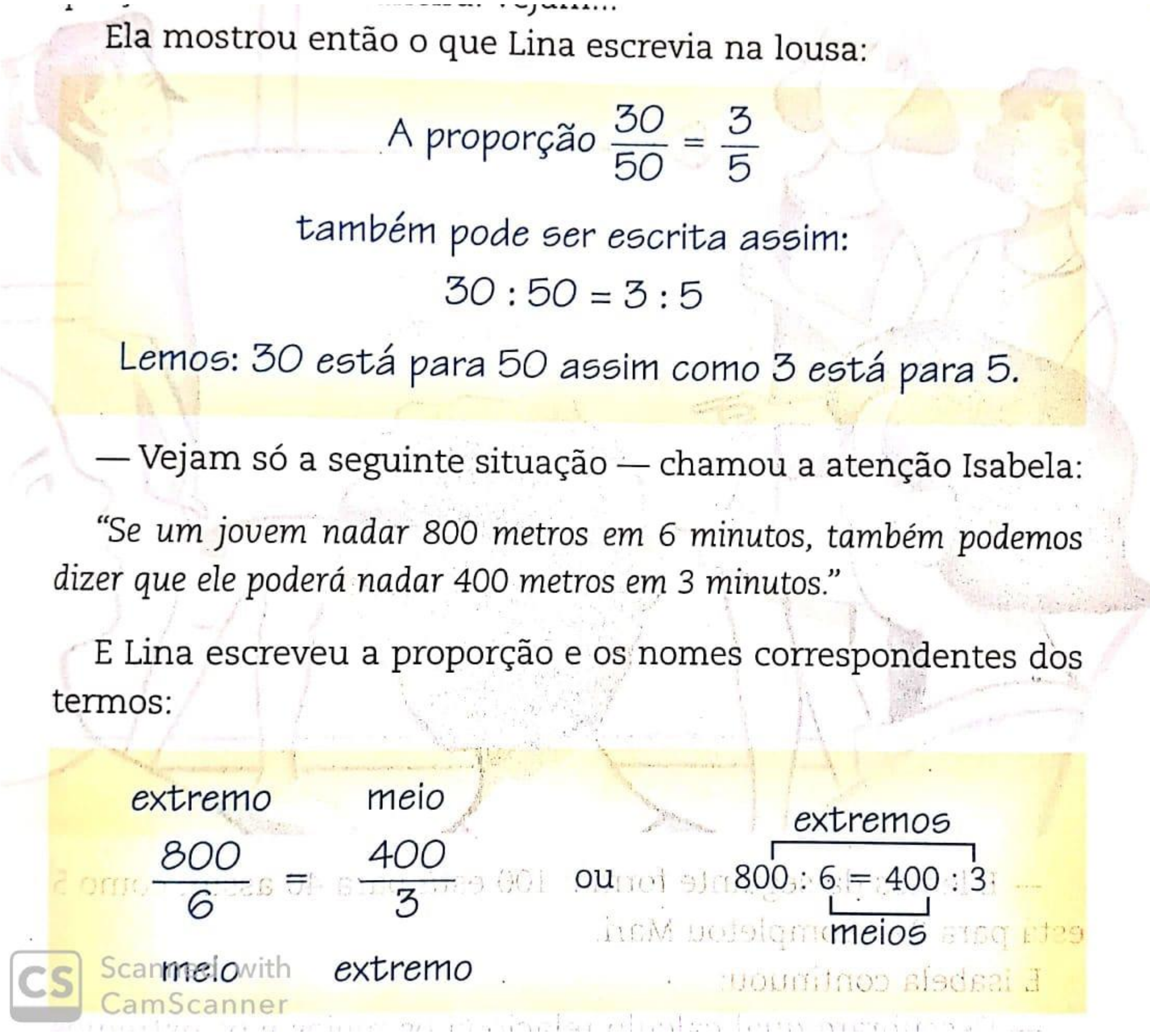
$$\frac{30}{50} \frac{:}{:} \frac{10}{10} = \frac{3}{5}$$

— Porque 30 em 50 é equivalente a 3 em 5.

Roberto, porém, estava a fim de dificultar a exposição das garotas e começou a fazer perguntas:

Figura 12: Trecho do episódio "Aprendendo sozinhos" – parte 1
Fonte: Livro “Uma proporção ecológica”, p. 24, 2002.

O grupo de amigos começa a apresentação sobre proporções relembrando o que já haviam aprendido sobre razões, exemplificando que as propriedades de frações também podem ser consideradas para o estudo de razões. Nesse caso, os personagens simplificaram as razões para que pudessem chegar a uma proporção. O próximo passo da equipe foi a de apresentar uma outra maneira de representar a proporção anterior, bem como elaborar um problema simples para que fosse possível exemplificar a explicação durante a exposição da equipe.


Ela mostrou então o que Lina escrevia na lousa:

A proporção $\frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

também pode ser escrita assim:

30 : 50 = 3 : 5

Lemos: 30 está para 50 assim como 3 está para 5.

— Vejam só a seguinte situação — chamou a atenção Isabela:

"Se um jovem nadar 800 metros em 6 minutos, também podemos dizer que ele poderá nadar 400 metros em 3 minutos."

E Lina escreveu a proporção e os nomes correspondentes dos termos:

$$\frac{\overset{\text{extremo}}{800}}{\underset{\text{meio}}{6}} = \frac{\overset{\text{meio}}{400}}{\underset{\text{extremo}}{3}} \quad \text{ou} \quad \overbrace{800 : \underbrace{6 = 400}_{\text{meios}} : 3}^{\text{extremos}}$$

Figura 13: Trecho do episódio "aprendendo sozinhos" – parte 2
Fonte: Livro "Uma proporção ecológica", p. 25, 2002.

É possível notar que uma das personagens escreveu a proporção apresentando os nomes correspondentes para cada termo, deixando claro o que são os extremos e o que são os meios. No mesmo instante, os colegas pertencentes à outra equipe começaram a dar novos exemplos para melhorar a compreensão da turma. No entanto, as ações que ocorrem neste episódio são exatamente o que se reproduz em uma sala de aula. Mas interessante notar que no caso da obra "Joaozinho no país da álgebra" o espaço é uma sala de aula mas as ações do professor levam os alunos a fazerem explorações. Por outro lado, este episódio apesar de ser um espaço fora da sala de aula reproduz exatamente a chamada aula tradicional.

Após esse momento, uma das integrantes ensina o processo de leitura das proporções dizendo que “oitocentos está para 6 assim como quatrocentos está para 3”. Nesse processo de leitura, Isabela, uma das integrantes da equipe, questiona que tipo de cálculo relaciona os meios e os extremos entre si, e dá uma dica relatando que “sempre acontece a mesma coisa” neste processo.

Os personagens tentam fazer cálculos de diversas maneiras, por meio da soma e subtração, até que um deles consegue perceber que em todos os casos, quando se multiplica o extremo pelo extremo e o meio pelo meio, os resultados obtidos são os mesmos. É possível notar que os personagens parecem seres mágicos ou superdotados do conhecimento matemático: notam algo surreal e já resolvem as complicações, como se o conhecimento matemático fosse óbvio (aliás, qualquer conhecimento).

Então a equipe conclui que numa proporção, o produto entre os meios é igual o produto entre os extremos, demonstrando a validade da propriedade fundamental das proporções, por meio de alguns exemplos (Figura 14).

Tentaram somar os extremos e somar os meios... nada. Tentaram fazer subtrações... e nada. Até que Pedro percebeu:

— Vejam só! Em todos os casos, quando multiplicamos o extremo pelo extremo e o meio pelo meio, os resultados obtidos são os mesmos!

E Pedro registrou o que havia descoberto:

40
$8 : 10 = 4 : 5$
40

30
$15 : 30 = 1 : 2$
30

300
$1 : 3 = 100 : 300$
300

30
$2 : 5 = 6 : 15$
30

2 400
$800 : 6 = 400 : 3$
2 400

1 000
$100 : 40 = 25 : 10$
1 000

Mari então concluiu:

Figura 14: Trecho do episódio "Aprendendo sozinhos" - parte 3
Fonte: Livro “Uma proporção ecológica”, p. 27, 2002.

E resolveram escrever de forma bem destacada o que haviam descoberto acerca das proporções:

Propriedade Fundamental das Proporções

Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

— Parabéns, turma! — disse o coordenador. — Estou contente e surpreso com a participação de todos. E parabéns principalmente às garotas, que perceberam que a melhor forma de demonstrar alguma coisa é deixar que as pessoas cheguem às conclusões por elas mesmas. A Mari podia em pouco tempo informar a todos qual era a propriedade, mas ela acreditou que vocês seriam capazes de descobrir!

Então olhou para o relógio e lembrou que deviam dirigir-se aos postos de coleta. Antes de sair, recomendou:

— Continuem pesquisando por que afinal é importante conhecer proporções!

A igualdade de duas razões resulta em uma proporção.
As proporções podem ser expressas por frações.
Exemplo de situação:

Um atleta corre 1 500 metros em 30 segundos, portanto corre 50 metros a cada segundo.
Em termos de proporção, temos:

$$\underset{\text{meio}}{\overset{\text{extremo}}{\frac{1\,500}{30}}} = \underset{\text{extremo}}{\overset{\text{meio}}{\frac{50}{1}}} \quad \text{ou} \quad \overbrace{1\,500 : \underbrace{30 = 50}_{\text{meios}} : 1}^{\text{extremos}}$$

Propriedade fundamental das proporções: o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Figura 15: Trecho do episódio "Aprendendo sozinhos" – parte 4
Fonte: Livro “Uma proporção ecológica”, p. 28, 2002.

A rotina de provar em narrativas ficcionais pode ser mais uma das alternativas para aprendizagem da matemática. Pode propiciar ao leitor diversas circunstâncias e/ou situações que exigem conhecimentos básicos, passando pelo processo de relembrar narrativas para a construção do discurso matemático. No episódio analisado anteriormente, os personagens fazem uso das narrativas que envolvem razão por meio de frações, para que possam fazer inferências na construção do conhecimento matemático a respeito das proporções, facilitando o processo da prova da propriedade fundamental das proporções.

A seguir é apresentada a sequência narrativa do episódio.

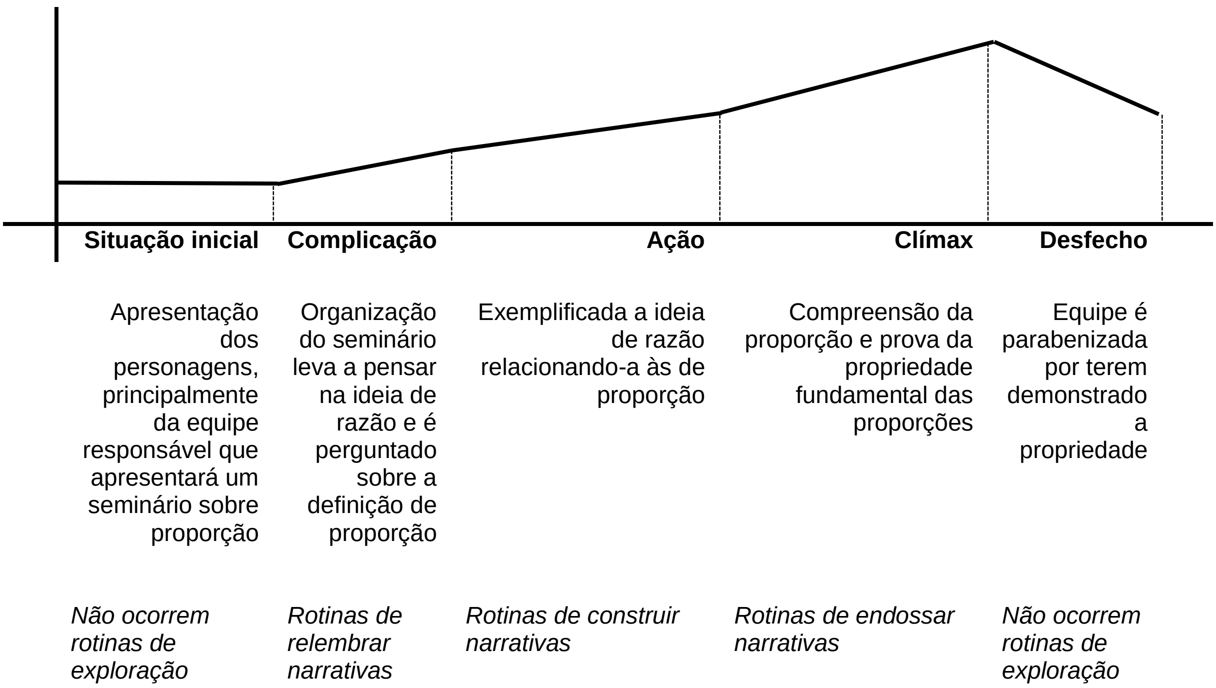


Figura 16: Sequência narrativa do episódio "Aprendendo sozinhos”
Fonte: Dados da pesquisa

É um episódio em que na sequência narrativa ocorrem rotinas de exploração em três partes específicas e diferentes entre si. A primeira rotina encontrada é a de relembrar narrativas que acontece ainda na complicação, seguido da narrativa de construir durante as ações do enredo e por fim, no clímax, ocorre a rotina de endossar uma narrativa. De todos os episódios analisados nos livros paradidáticos, este é o único em que se contempla os três tipos específicos das rotinas de exploração.

De modo geral, verificando todos os episódios analisados foi observado que possivelmente, ocorre um certo padrão no número de ações em cada etapa das sequências narrativas. Como por exemplo, o número de ações que ocorre entre a situação inicial e a complicação, varia de 4 a 10 atos, independentemente os que envolvem conteúdos matemáticos ou não, enquanto que o número de atos que ocorrem da complicação ao início das ações varia de 3 a 5, nessa etapa já ocorrem as complicações que envolvem os assuntos relacionados à matemática.

Por outro lado, foi perceptível que o maior número de atos ocorre a partir das ações até o clímax. Os números de atos nessas etapas variam de 10 a 25, envolvendo principalmente as discussões dos personagens relacionadas aos assuntos matemáticos abordados na história. Já no desfecho os números de ações dos personagens variam de 3 a 4 atos. Por fim, cabe destacar, que as rotinas de exploração ocorrem frequentemente a partir da complicação, encerrando-se nos atos que aparecem no clímax. Neste contexto, percebe-se que as rotinas do discurso matemático geralmente descrevem uma ação discursiva que determinam ou limitam as situações em que os personagens julgam uma ação como apropriada ou não para a resolução do problema.

Uma sugestão para a continuidade da análise do gráfico anterior, seria a de verificar se esse padrão ocorre em todos os episódios e se um número maior de ações influencia na compreensão (ou não) do leitor quanto aos conteúdos matemáticos abordados nas histórias. Por outro lado, uma análise da estética discursiva, linguística e visual seria de grande relevância para considerar o livro paradidático como ferramenta que auxilia no ensino e na aprendizagem da matemática.

6 CONSIDERAÇÕES

Acredito que a relevância do estudo para a área, principalmente para aqueles que permeiam a compreensão da elaboração de livros paradidáticos de matemática, na qual se torna necessário apontar alguns questionamentos, tais como: Que rotinas matemáticas favorecem o ensino e aprendizagem de matemática? De que maneira essas rotinas podem aparecer em livros paradidáticos? Essas rotinas possuem que objetivos: relembrar conceitos matemáticos? Construir conhecimentos matemáticos? Endossar conhecimentos matemáticos já existentes? Qual linguagem é mais adequada para apresentar as rotinas matemáticas? Que tipo de gêneros compõe um livro paradidático? Dentre outros.

Perguntas como essas precisam ser debatidas por escritores de livros paradidáticos, pois afinal, como dito anteriormente, o seu foco é voltado principalmente para auxiliar o leitor na aprendizagem da matemática. A discussão voltada para os processos de elaboração deste recurso didático é considerada algo novo, e provavelmente raro, que ainda precisa ser bem discutido. Essas discussões podem refletir na publicação de materiais com alta qualidade discursiva que realmente cumpram com seu papel: o de ensinar matemática por meio de textos ficcionais ou não.

Por essas e outras perspectivas quanto a essas temáticas, um prosseguimento para essa pesquisa, seria a de contatar autores de livros paradidáticos a fim de compreender como eles entendem e enxergam o livro paradidático de matemática, buscando compreender que métodos são utilizados na construção dos livros paradidáticos de matemática, fazendo relações com a mesma teoria discutida neste trabalho.

Vale lembrar que os resultados desta pesquisa se limitaram à análise de livros paradidáticos de matemática que compõem o acervo do LEM e que se enquadram como textos narrativos ficcionais.

Os livros paradidáticos de matemática são considerados recursos que podem viabilizar o ensino e aprendizagem da matemática, proporcionando a ampliação do conhecimento matemático no leitor, levando-o a experimentar uma realidade provavelmente desconhecida, principalmente por meio daqueles que são constituídos como narrativas ficcionais. No entanto, foi constatado que a maioria das obras representam em suas tramas apenas repetições de sala de aulas comum, no qual os personagens repetem vivências não muito diferentes de situações reais do cotidiano.

No processo de análise, busquei analisar o discurso matemático escolar presentes em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática baseado nos pressupostos teóricos de Sfard (2008). De forma mais específica, pretendi identificar as rotinas do discurso matemático escolar mais frequentes em narrativas ficcionais de livros paradidáticos de matemática e analisar a relação entre desenvolvimento da trama das estórias ficcionais e a realização do discurso matemático escolar nos livros paradidáticos de matemática.

De modo geral foi perceptível observar as características do discurso matemático, principalmente no que tange ao uso de palavras, mediadores visuais, rotinas e narrativas matemáticas. Porém não foi possível perceber, ainda, um padrão em que sejam apresentadas nas histórias, sem que deixem os conceitos matemáticos de maneira isolada em relação ao próprio texto. Nesse sentido, cabe dizer que se faz necessário uma melhor articulação da língua materna e da própria linguagem matemática, ou como adotado nesse trabalho, do discurso matemático nos livros paradidáticos.

Quanto às rotinas matemáticas, foram identificados quatro tipos específicos que são designadas também como rotinas de exploração. No entanto, o aparecimento delas nos textos não apresenta uma sequência definida e em alguns casos, parece-me meio deslocadas ou sem função nenhuma no próprio texto. Acredito que a organização das rotinas (inclusive as que são escolhidas por autores para a produção do texto ficcional) é fundamental para a construção do próprio enredo.

A resolução de problemas foi o tipo de rotina com mais frequência nos episódios analisados e na maioria das vezes ocorrem em situações que auxiliam os personagens a construírem narrativas matemáticas. Isso pode ser considerado como um fator positivo para este recurso, pois embora alguns personagens já demonstram ter conhecimentos da matemática básica, outros (em alguns casos) apresentam dificuldade na compreensão e resolução dos problemas estabelecidos. Assim, acredito que o número de atos em cada etapa da narrativa que representam diversas estratégias de resolução de problemas, podem levar os personagens a confrontarem suas próprias ideias e refletirem sobre sua finalidade, ajudando no processo de construção de narrativas, convertendo ações em conceitos matemáticos. Este pode ser considerado como um dos fatores que irão auxiliar o leitor na aprendizagem da matemática.

Considero que em alguns dos episódios analisados, um leitor considerado leigo em matemática possivelmente encontraria inúmeras dificuldades quanto à compreensão dos conteúdos matemáticos abordados no enredo. Esse fator estar ligado principalmente ao aspecto das tramas que a abordam os conteúdos matemáticos, apresentando-os de maneira isolada em relação ao texto, deixando as narrativas matemáticas a serem decifradas unicamente pelo leitor, fato que pode ser considerado como um dos pontos negativos das obras analisadas.

Olhando para a sequência narrativa dos episódios, constatei que rotinas ligadas a construção de narrativas matemáticas obtiveram maior frequência nas etapas que ocorrem entre as reações dos personagens diante da complicação até o clímax de cada episódio. Considero, particularmente, este tipo de rotina de exploração como umas das que favorecem a apropriação do conhecimento matemático, o que pode ser um fator positivo, considerando que os livros foram publicados há aproximadamente duas décadas, em sua maioria.

Por fim, entendo que uma “estória” ficcional, produzida com qualidade, construída em meios a questionamentos, tais como, se realmente favorecem a aprendizagem da matemática, e se há articulações da língua materna, da linguagem e discurso matemático, da estética visual, dentre outras coisas, pode tornar esse material um recurso com grande potencial para auxiliar no ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, Mikhail. **Marxismo e Filosofia da linguagem**. 9ª ed. São Paulo: Annablume, 2002.

BRONCKART, Jean Paul. **Atividade de linguagem, textos e discurso: por um interacionismo sociodiscursivo.** São Paulo, Educ. 1999.

DALCIN, Andréia. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. Campinas: UNICAMP, 2002. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática)

DALFOVO, Michael Samir; LANA, Rogério Adilson; SILVEIRA, Amélia. **Métodos quantitativos e qualitativos: Um resgate teórico.** Revista Interdisciplinar Científica Aplicada, Blumenau, v. 2, n. 4, p. 1-13, 2008.

DOLZ, Joaquim. SCHENEUWLY, Bernard. Os gêneros escolares: das práticas de linguagem aos objetos de ensino (p. 61-80). In: ________. **Gênero orais e escritos na escola**. Tradução de Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Campinas, SP. Mercado das Letras, 2011.

FAIRCLOUGH, Norman. **Discurso e mudança social**. Tradução Izabel Magalhães. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2001. [1992]

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2007.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de. **Tendências em educação matemática**. Disciplina na modalidade a distância. Palhoça: Unisul virtual, 2005.

GANCHO, Cândida Vilares. **Como analisar narrativas**. 7 ed. São Paulo: Ática, 2004.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. E. D. A. ***Pesquisa em educação:*** **abordagens qualitativas**.
São Paulo: EPU, 2018.

MARCUSCHI, Luiz Antônio. **Produção textual, análise de gêneros e compreensão**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

MARCUSCHI, Luiz António. **Da fala para a escrita: atividades de retextualizações**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARCUSCHI, Luiz António. Gêneros textuais: definição e funcionalidade. In: DIONÍSIO, A.; MACHADO, A. R.; BEZERRA, M. A. (orgs.). **Gêneros textuais e ensino**. Rio de Janeiro: Lucerna, 2002.

ORLANDI, Eni Puccinelli. **Análise de discurso: princípios e procedimentos**. 7. ed. Campinas: Pontes, 2007.

PIMM, David. **El lenguaje matemática en el aula**. 3 ed. Madrid: Ediciones Morata, 2002.

RAMOS, Luzia Faraco. **O segredo dos números**. 13ª Ed. São Paulo: Ática, 2002.

RAMOS, Luzia Faraco. **Uma proporção ecológica**. 21ª Ed. São Paulo: Ática, 2002.

RIPARDO, Ronaldo Barros. **Escrever bem aprendendo matemática: tecendo fios para uma aprendizagem matemática escolar**. São Paulo: USP, 2014. (Tese de doutorado em educação)

RIPARDO, Ronaldo Barros (Org.). **Joãozinho no país da álgebra**. 1ª Ed. Curitiba: MouraSa, 2017.

SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à Teoria dos Números**. São Paulo: IMPA, 2007.

SFARD, Anna. **Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing**. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

VYGOTSKY, Lev Semyonovich. **Pensamento e linguagem**. Tradução de Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.