



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE MARABÁ
FACULDADE DE ENGENHARIA DE MATERIAIS

Carlos Vinicius de Paes Santos

**Aferição de Modelo Matemático em 2D no software Matlab
para a solidificação das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu.**

MARABÁ-PA

2012

Carlos Vinicius de Paes Santos

**Aferição de Modelo Matemático em 2D no software Matlab
para a solidificação das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu.**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Faculdade de
Engenharia de Materiais da
Universidade Federal do Pará –
UFPA, em cumprimento às exigências
para obtenção do grau de Bacharel
em Engenharia de Materiais.
Orientador: Prof. Márcio Paulo de
Araújo Mafra

MARABÁ-PA

2012

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Biblioteca II da UFPA. CAMAR, Marabá, PA

Santos, Carlos Vinícius de Paes

Aferição de modelo matemático em 2D no software Matlab para a solidificação das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu / Carlos Vinícius de Paes Santos ; orientador, Márcio Paulo de Araújo Mafra. — 2012.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Marabá, Faculdade de Engenharia de Materiais, Marabá, 2012.

1. Solidificação. 2. Ligas de alumínio. 3. Ligas de cobre. 4. Calor - Transmissão. 5. MATLAB (Programa de computador). I. Mafra, Márcio Paulo de Araújo, orient. II. Título.

CDD: 21. ed.: 669.94

Carlos Vinicius de Paes Santos

**Aferição de Modelo Matemático em 2D no software Matlab
para a solidificação das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu.**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Faculdade de
Engenharia de Materiais da
Universidade Federal do Pará –
UFPA, em cumprimento às exigências
para obtenção do grau de Bacharel
em Engenharia de Materiais.
Orientador: Prof. Márcio Paulo de
Araújo Mafra

Data de aprovação: ____/____/____

Conceito: _____

Bancada Examinadora:

Prof. Márcio Paulo de Araújo Mafra

ORIENTADOR – UFPA

Prof. M.Sc. Luis Fernando Nazaré Marques

EXAMINADOR – UFPA

Prof. Dr. Luiz Moreira Gomes

EXAMINADOR – UFPA

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a cada pessoa que de maneira direta e indireta colaborou em minha formação acadêmica, aos meus mestres que dedicaram seu tempo e fizeram o seu melhor para repassar o conhecimento, a minha mãe que sempre compreensiva, a qual foi meu suporte durante todos estes anos, aos meus amigos da FEMAT com os quais vivenciei as mais diversas e gratificantes experiências.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que proporcionou tudo para mim.

Aos meus pais que ajudaram de formada decisiva em minha formação.

Aos meus mestres que dedicaram tempo e foram alguns dos responsáveis por minha formação e em especial aos professores Jerson Pinheiro Vaz que cedeu às rotinas utilizadas neste trabalho, e ao Marcio Paulo de Araújo Mafra, meu orientador, que me ajudou de maneira decisiva para a elaboração deste trabalho.

As meus amigos da FEMAT que proporcionaram grandes coisas para mim ao longo destes cinco anos e em especial a Rodrigo Sampaio dos Santos, Milton Adalberto, Suelen Camargo, Ayla Jardânia, Lilian Pinheiro e Livia Cristina, as quais são pessoas com as quais posso contar que se tornaram alguns dos meus melhores amigos.

A minha namorada Amanda Cristina Medeiros que nestes últimos seis meses. Foi compreensiva e proporcionou momentos maravilhosos apesar das minhas “tchoguisés”.

E a todos os demais que não foram citados aqui, mas que não são menos importantes para mim.

EPÍGRAFE

*“É melhor tentar e falhar, que preocupar-se e ver a vida passar.
É melhor tentar, ainda que em vão que sentar-se, fazendo nada até o final.
Eu prefiro na chuva caminhar, que em dias frios em casa me esconder.
Prefiro ser feliz embora louco, que em conformidade viver”*

Martin Luther King

RESUMO

No presente trabalho realizou-se o confronto teórico-experimental para aferir um modelo elaborado no software Matlab e o objeto de estudo foram duas ligas do sistema alumínio-cobre, as quais são a Al-4,5%Cu e Al-15%Cu. O modelo se baseia no método das diferenças finitas, considerando uma representação 2D para a lingoteira utilizada, quanto às paredes o código numérico é generalizado, o qual pode considerar uma situação de parede isolada e com convecção natural de ar. No programa ainda há a necessidade de implementar as características termo-físicas das ligas estudadas e ele gera primordialmente gráficos, nos quais se apresentam as curvas de resfriamento teóricas e experimentais e ainda a animação em cores que representa a extração de calor bidimensional. O parâmetro utilizado para aferir o modelo foi o h_i . Tanto as curvas experimentais assim como o h_i determinado foram aceitáveis levando em consideração que se trata de uma aproximação numérica.

Palavras-chave: Transferência de calor, diferenças finitas, curvas de resfriamento, modelo matemático.

ABSTRACT

In the present work is the theoretical-experimental comparison to gauge a model developed in Matlab software and the object of study were two leagues aluminum-copper system, which are Al-4, 5% Cu and Al-15% Cu. The model is based on finite difference method, considering a 2D representation for the mold used, for the walls is widespread numeric code, which can be considered a situation of insulated wall and natural convection air. In the program there is still the need to implement the thermo-physical characteristics of the alloys studied and it primarily generates graphs, in which the cooling curves show theoretical and experimental animation and also the color that represents the two-dimensional heat extraction. The parameter used to assess the model was h_i . Both the experimental curve as well as the h_i acceptable been determined taking into consideration that it is a numerical approximation.

Keywords: heat transfer, finite differences, cooling curves, mathematical model.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Diagrama esquemático da obtenção do coeficiente de distribuição de soluto no equilíbrio..... | 20 |
| Figura 2 - Representação esquemática dos mecanismos de transferência de calor em um sistema metal molde..... | 23 |
| Figura 3- Diagrama de fases do sistema alumínio cobre..... | 33 |
| Figura 4 - (A) Geometria do molde em 3D. (B) Modelo 2D..... | 35 |
| Figura 5- Corte (a) e pesagem (b) dos metais utilizados para a confecção das ligas..... | 36 |
| Figura 6 - Termopares e Cabos Utilizados..... | 37 |
| Figura 7 - Layout do programa utilizado para a aquisição do sinal..... | 38 |
| Figura 8 - Retirada do cadinho do forno adição do cobre utilizado como elemento deliga. ... | 39 |
| Figura 9- Fluxograma do procedimento experimental..... | 40 |
| Figura 10- Verificação da T_v e disposição dos termopares..... | 42 |
| Figura 11- Vazamento e solidificação da liga..... | 42 |
| Figura 12- Forma Discretizada do lingote..... | 44 |
| Figura 13- Confronto de perfis térmicos e experimentais para a liga binária Al-4,5%Cu. Equação de Scheil..... | 47 |
| Figura 14- Confronto de perfis térmicos e experimentais para a liga binária Al-15%Cu. Equação de Scheil..... | 48 |
| Figura 15- Gráfico de cores das temperaturas de solidificação da liga Al-4,5%Cu em um tempo inicial, intermediário e final..... | 49 |
| Figura 16- Gráfico de cores das temperaturas de solidificação da liga Al-4,5%Cu em um tempo inicial, intermediário e final..... | 49 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1- Propriedades termo-fisicas dos materiais utilizados para a confecção da liga. | 32 |
| Tabela 2 - Propriedades termo-fisica das ligas. | 34 |
| Tabela 3 - Tabela de propriedades do molde..... | 35 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOS

| | |
|-----------|---|
| AA | Aluminum Association |
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnica |
| a | Difusividade Térmica |
| b | Difusividade de calor |
| c | Calor Específico |
| C_l | Composição do líquido |
| C_s | Composição do Sólido |
| C_0 | Composição Nominal da liga |
| d | densidade |
| f_s | Fração Solidificada |
| G | Gradiente de Temperatura |
| h_i | Coefficiente de Transferência de Calor Newtoniano |
| K | Condutividade Térmica |
| K_0 | Coefficiente de distribuição de soluto |
| M | Parâmetro Metal/Molde |
| MEF | Método dos elementos finitos |
| MDF | Método das diferenças finitas |
| nm | nanômetro |
| q_N | Fluxo de calor do material para o molde |
| \dot{q} | Calor gerado no processo |
| t | Tempo |
| T | Taxa de Resfriamento |
| T | Temperatura |
| t_v | Temperatura de Vazamento |
| t_{is} | Temperatura na superfície do material |

| | |
|--------------|--|
| t_{im} | Temperatura na superfície do molde |
| t_f | Temperatura de fusão |
| t_l | Temperatura <i>Liquidus</i> |
| t_s | Temperatura <i>Solidus</i> |
| t_∞ | Temperatura Uniforme do Fluido |
| v | Velocidade de deslocamento da interface sólido/líquido |
| ΔT_v | Superaquecimento |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1- INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1- OBJETIVOS..... | 18 |
| 1.1.1- Objetivos gerais | 18 |
| 1.1.2- Objetivos específicos | 18 |
| 2- REVISÃO BIBLIOGRAFICA | 19 |
| 2.1- Solidificação..... | 19 |
| 2.1.1- Solidificação em condição de equilíbrio | 19 |
| 2.1.2- Solidificação em condições de não equilíbrio | 19 |
| 2.1.3- Redistribuição de soluto na solidificação | 20 |
| 2.2- Fração sólida | 21 |
| 2.3- Regra de Scheil..... | 21 |
| 2.4- Mecanismos de Transferência de Calor | 22 |
| 2.5- Interface metal/molde | 24 |
| 2.5.1- Transferência newtoniana | 25 |
| 2.6- Propriedades térmicas dos materiais..... | 26 |
| 2.6.1- Difusividade térmica (α) | 26 |
| 2.6.2- Difusividade de calor | 26 |
| 2.6.3- Parâmetro metal/molde | 27 |
| 2.7- Taxas e Temperaturas Características do Processo | 27 |
| 2.7.1- Taxa de resfriamento | 27 |
| 2.7.2 - Superaquecimento e temperatura de vazamento | 28 |
| 2.8- Equação geral do calor | 29 |
| 2.9- Método analítico..... | 29 |
| 2.10- Modelo análogo | 30 |
| 2.11- Métodos numéricos..... | 31 |
| 3- MATERIAIS E METODOS | 32 |
| 3.1- Características dos Materiais Utilizados para a Confecção das Ligas de Cobre. | 32 |
| 3.2- Ligas de Alumínio Série 2000 ou 2XXX | 32 |
| 3.3- Materiais utilizados no experimento..... | 34 |
| 3.3.1- Moldes e cadinhos | 34 |
| 3.3.2- Mecanismos de corte e pesagem | 35 |
| 3.4- Mecanismo de aquisição de dados..... | 36 |

| | |
|--|----|
| 3.4.1- Termopares | 36 |
| 3.4.2- Aquisição de sinal | 37 |
| 3.5- Verificação da conformidade da liga | 38 |
| 3.6- Procedimentos experimentais | 39 |
| 3.7- Etapa de vazamento e coleta dos dados experimentais | 41 |
| 3.8- Modelo numérico | 42 |
| 3.8.1- Discretização das Equações | 43 |
| 4- RESULTADOS E DISSCUSÕES | 47 |
| 5- CONCLUSÃO | 51 |
| 6- SUSGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS | 52 |
| REFERENCIAS | 53 |

1- INTRODUÇÃO

O Brasil atualmente se destaca na produção de produtos fundidos, sendo um dos maiores exportadores deste seguimento. Portanto é apreciável o desenvolvimento de tecnologias eficientes que possibilitem a diminuição dos prejuízos, pois o investimento tecnológico nos produtos e processos no país é considerado pequeno, se comparada ao de outros produtores, além disso, para compensar a baixa eficiência de fabricação, dos processos empregados atualmente, se lança mão de um política de aumento da produção o que acaba tornam este pátio industrial defasado ^[1].

O alumínio se destaca entre as matérias-primas utilizadas para a produção de diversos itens fundidos que são exportados e, segundo a literatura ^[1] se apresenta como um metal que ainda possui um desenvolvimento tecnológico em plena expansão o que acaba deixando o Brasil em uma relativa dependência econômica em relação aos demais países, pois como já foi ressaltado o investimento em tecnologia é baixo. Um domínio mais abrangente dos processos de fundição que envolve este metal se faz necessário, pois em varias áreas o alumínio vem substituindo gradativamente componentes ferrosos, devido sua ótima relação entre propriedades mecânicas e peso.

O alumínio é um metal que quando “puro” apresenta um resistência à tração considerada baixa, pois atinge valores próximos a 90 Mpa, entretanto pode ser submetido a diversos tratamentos térmicos, os quais podem promover um aumento considerável das propriedades mecânicas. Tais processos são relativamente caros, pois envolvem a compra de fornos específicos, além de um gasto considerável de energia, assim uma saída interessante é a busca por um controle maior do processo de fundição, haja vista que, os mecanismos de extração de calor, ou seja, os perfis térmicos promovem mudanças significativas na metalurgia das ligas de alumínio e conseqüentemente nas propriedades mecânicas de um modo geral ^[1].

Este metal apresenta ainda uma série de ligas. Vale ressaltar que hoje em termos industriais existem cerca de 600 tipos diferentes, nas quais os elementos de liga geralmente são zinco, magnésio, cobre, manganês, silício e outros. Cada uma das ligas citadas acima, possuem aplicações nobres, e propriedades características.

No trabalho em questão as liga que serão utilizadas como parâmetro para o estudo dos perfis térmicos são Al-4,5%Cu e Al-15%Cu.

A solidificação é um processo complexo, no qual são envolvidos fenômenos de transferência de calor e massa, além de fluxo de metal ^[2]. Os eventos ocorridos no decorrer do fenômeno podem ser analisados através de modelos matemáticos analíticos, os quais fornecem uma solução em cada ponto do espaço dentro das condições de contorno pré-definidas levando em consideração um elemento infinitesimal, entretanto o tempo necessário para gerar o resultado devido à complexidade dos cálculos acaba impossibilitando o procedimento ^[2,3].

Ainda com relação ao modelo analítico podemos afirmar segundo a literatura ^[2] que para se extrair os perfis, podemos utilizar a equação geral do calor, porém a sua solução só se torna viável, mediante a simplificação de vários parâmetros, como, por exemplo, assumir que o fluxo de calor é unidirecional, h_i constante, ausência de correntes convectivas no líquido, propriedades termo-físicas constantes e outras. Entretanto, tais considerações convergem para uma solução com campo de aplicação restrito.

Uma alternativa encontrada para tentar aperfeiçoar a obtenção de resultados é a utilização de métodos numéricos que geram uma solução em pontos discretos dentro das condições de contorno, assim se obtém um resultado aproximado da solução real. Para utilizar tais artifícios deve-se mensurar o quanto refinado é o método, além disso, o confronto teórico-experimental é uma ferramenta poderosa que pode validar o modelo para uma situação real ^[2,3].

A utilização métodos numéricos em detrimento de analíticos é apreciável, pois há a substituição de equações diferenciais, por equações algébricas simultâneas, assim possibilitando uma situação ideal para a utilização de computadores ^[2]. Com o aumento da utilização desses métodos, devido à elaboração de softwares voltados para simulação é possível prever aspectos do processo como evolução de temperaturas, dos parâmetros térmicos e microestruturais, além de defeitos durante a solidificação ^[3]. Além disso, tais métodos proporcionam uma solução mais geral, haja visto, que as rotinas se baseiam no emprego de métodos como das diferenças finitas e elementos finitos, o que possibilita sua utilização em situações não lineares, geometrias complexas e com condições de contorno de grau elevado de dificuldade.

Portanto a utilização desta ferramenta possibilita ao projetista do produto ter um maior controle do comportamento térmico do par metal-molde quando estiver desenvolvendo seu protótipo, além disso, tais métodos podem ser aplicados em larga escala para tentar monitorar a produção, se necessário ^[4]. Pois em várias ocasiões, até mesmo em escala industrial, se faz uso de métodos empíricos para se avaliar a produção de vários produtos fundidos, ou seja, “tentativa e erro”. Em peças de dimensões grandes isso pode ser catastrófico, pois as experiências, realizadas para chegar aos parâmetros aceitáveis acabam gerando um gasto enorme de tempo, matéria-prima, mão-de-obra, energia e recursos financeiros.

Assim, o texto que se segue preocupa-se com a aferição de modelo matemático baseado no método das diferenças finitas. Tal processo foi realizado mediante uma revisão bibliográfica e a rotina avalia os perfis térmicos de um determinado sistema de solidificação gerando um análise 2D, mediante o vazamento das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu em uma lingoteira de geometria cilíndrica, assim realizando o confronto teórico-experimental.

1.1- OBJETIVOS

1.1.1- Objetivos gerais

Objetivou-se mediante o estudo da solidificação das ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu em molde de geometria cilíndrica obter os perfis térmicos gerados no decorrer do processo possibilitando assim realizar o confronto teórico-experimental.

1.1.2- Objetivos específicos

Utilizando os resultados teóricos e experimentais objetivou-se:

-Analisar as curvas de resfriamento obtidas experimentalmente com as geradas mediante aplicação dos modelos matemáticos.

-Avaliar a qual o grau de conformidade dos modelos matemáticos com as curvas obtidas experimentalmente.

-Gerar gráficos que demonstrem como se dá o avanço da solidificação em um plano 2D, ou seja, em um plano seccionado da lingoteira utilizada no estudo, o modelo será avaliado levando em consideração os eventos ocorridos.

2- REVISÃO BIBLIOGRAFICA

2.1- Solidificação

A solidificação um processo complexo e importante, pelo qual uma liga metálica pode ser processada. Grande parte dos metais destinados à construção mecânica passa por etapas de fusão e solidificação. O processo em questão pode ser definido como o inverso da fusão, ou seja, a mudança de fase do material do estado líquido para o sólido. A dificuldade em compreender o processo se fundamenta na diversidade de processos, que ocorrem de modo simultâneo, o qual se podem destacar os cinéticos, químicos, térmicos e termodinâmicos associados aos fenômenos ocorridos nas transformações atômicas.

Segundo a literatura ^[5] a solidificação de materiais pode ser considerada fundamentalmente como um processo de transferência de calor em regime transitório. A transformação líquido/ sólido é acompanhada por liberação de energia térmica, com uma fronteira móvel separando as duas fases de propriedades termo-físicas distintas.

2.1.1- Solidificação em condição de equilíbrio

Nesta derivação do processo admite-se que a velocidade e o tempo de solidificação são extremamente lentos, assim o gradiente de concentração do soluto é eliminado pela difusividade atômica ^[5,6].

2.1.2- Solidificação em condições de não equilíbrio

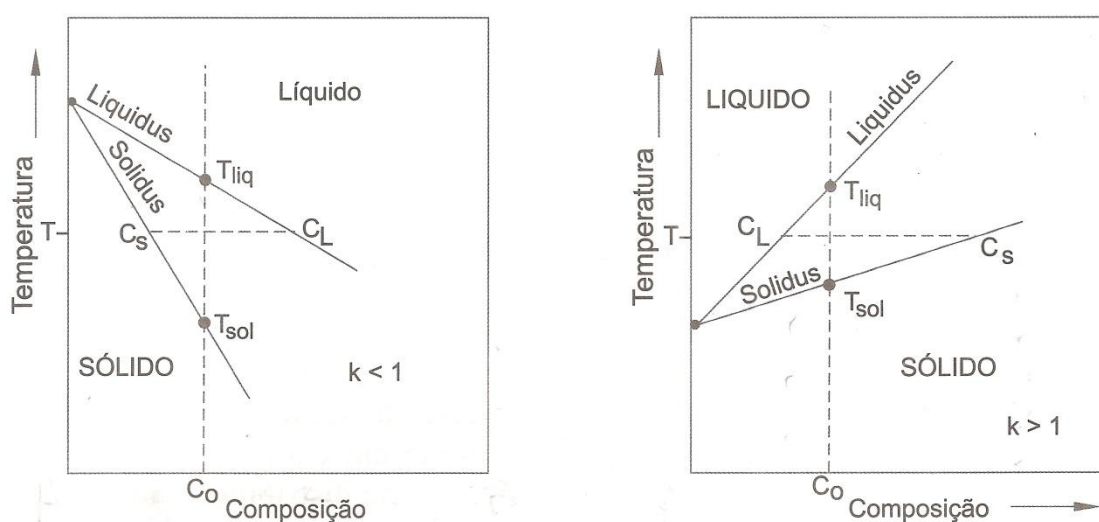
A solidificação em condições de não equilíbrio é o que geralmente ocorre na maioria dos processos de solidificação nessa situação o avanço da interface solido/líquido não é lento, assim a difusividade atômica não afeta de modo significativo o acúmulo de soluto, portanto o processo acaba passando para um estado de não equilíbrio ^[6]. Segundo a literatura ^[5,6] são encontrados diversos

modelos matemáticos que regem tal fenômeno, entretanto não é o escopo do texto descreve-los.

2.1.3- Redistribuição de soluto na solidificação

É um conceito importante, pois segundo a literatura [5] para a maioria dos processos de solidificação de ligas há um processo de rearranjo constitucional, no qual o líquido, ao transforma-se em sólido, segrega ou agrega soluto resultando na variação da homogeneidade inicial do sistema. O principal parâmetro que rege a distribuição de soluto é o coeficiente de distribuição de soluto no equilíbrio (K_0) que pode ser obtido mediante a análise do digrama na figura 1. Este coeficiente é obtido considerando que as linhas *sólidus* e *líquidus* são paralelas e que a solidificação ocorre no equilíbrio. Assim ao passo que o sólido se forma, há uma troca de soluto, ou seja, do elemento de liga e ocorre uma variação simultânea da composição do sólido e do líquido até que a solidificação se complete e se atinja a composição nominal da liga. A figura 1 mostra a situação idealizada para duas disposições de diagramas de fase binários e isomorfos.

Figura 1 - Diagrama esquemático da obtenção do coeficiente de distribuição de soluto no equilíbrio.



Fonte: [5]

2.2- Fração sólida

Cada liga e os diferentes sistemas de solidificação possuem mecanismos de comportamento e formação dos sólidos diferentes, portanto é coerente admitir que a fração de sólido durante o processo de solidificação deve se apresentar em função da temperatura dentro do intervalo da solidificação ^[8,9]. Segundo a equação:

$$\frac{df_s}{dt} = \left(\frac{dT}{dt} \right) \left(\frac{dfs}{dT} \right)$$

Sendo:

f_s = fração de sólido (%)

T = temperatura (°C)

t = tempo (s)

Segundo a literatura ^[1,5] há vários modelos que sistematizam o surgimento do sólido durante um processo de solidificação em função da temperatura e do intervalo de solidificação. Os modelos mais significativos são:

- Regra da Alavanca;
- Modelo de Scheil;
- Modelo de Brody e Flemings;
- Modelo de Clyne e Kurz;
- Modelo de Onaka.

Para as ligas de alumínio que fazem uso de cobre e silício os modelos que melhor se empregam é o modelo de Scheil ^[1,5].

2.3- Regra de scheil

O modelo de Scheil considera a hipótese de que o soluto está bem distribuído no líquido, ou seja, que ocorram elevados valores de difusão nesta fase, outrora o

sólido deve apresentar baixos valores de difusão chegando ao ponto de ser desprezível.

Segundo a literatura ^[5,11] uma situação, na qual este modelo pode ser aplicado de modo que se obtenham resultados satisfatórios são em ligas binárias, nas quais os raios atômicos do solvente e soluto sejam próximo, no caso dos átomos de alumínio e cobre seus respectivos raios atômicos são 0,053 nm e 0,096 nm, tal condição é atingida em varias ligas de alumínio.

Neste caso em particular, ao passo que surgem os primeiros sólidos, o soluto (cobre) deparasse como uma estrutura cristalina cúbica de faces centradas altamente compacta e com átomos de raios semelhantes ocupando as posições de rede, deste modo o fluxo de soluto no solvente acaba se tornando restrito ^[5], portanto a solidificação ocorre obedecendo as condições descritas no diagrama de equilíbrio. Com relação à Regra de Scheil podemos ressaltar que não possui restrições quanto à geometria e o tipo de crescimento, além disso, assume um coeficiente de distribuição no equilíbrio constante ^[11] e pode ser sistematizada como nas equações a seguir.

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_f - T}{T_f - T_l} \right)^{\left(\frac{1}{k_0 - 1} \right)} \quad (01)$$

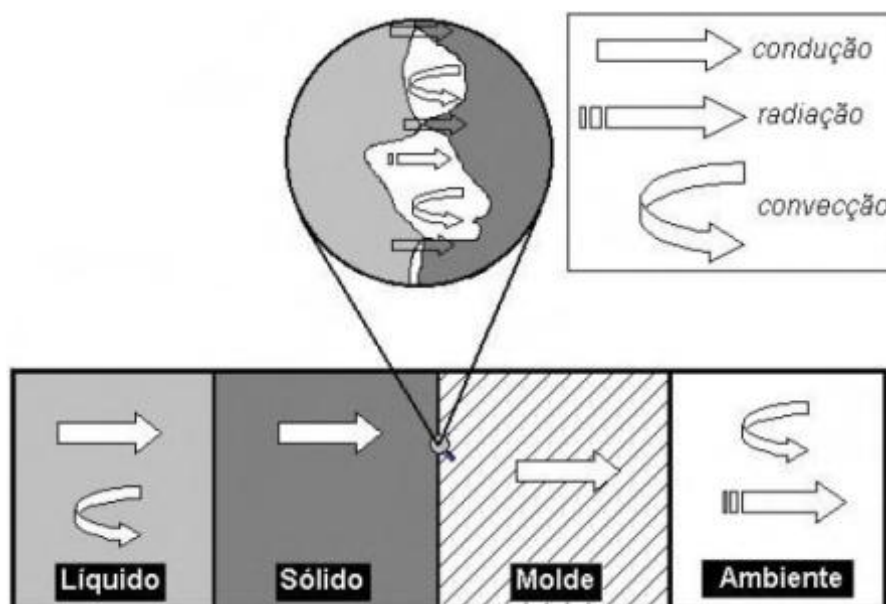
ou ainda em termos de composição:

$$C_s = k_0 \cdot C_0 \cdot (1 - f_s)^{k-1} \quad (02)$$

2.4- Mecanismos de Transferência de Calor

Os fenômenos físicos ocorridos durante a solidificação pode ser descritos através dos modos de transferência de calor que ocorrem nas referidas interfaces do sistema, além de efeitos convectivos do metal líquido e fenômenos associados a sua transformação ^[1]. A figura 2 possui uma representação esquemática dos eventos relacionados à transferência de calor que ocorre no sistema.

Figura 2 - Representação esquemática dos mecanismos de transferência de calor em um sistema metal molde.



Fonte: [1]

O calor em um processo de solidificação é transferido basicamente de três modos: condução, convecção e radiação. A condução é o processo pelo qual o calor é transferido no interior do material que está sendo solidificado no interior do molde. A convecção está associada à perda de calor para o meio ambiente, para a superfície externa e para áreas do material que não estão em contato direto com as paredes do molde e sem proteção de isolantes, que são utilizados em diversos processos de solidificação. A radiação também está associada à perda para o ambiente e se torna mais relevante para materiais com elevados pontos de fusão, pois neste caso as paredes externas do molde são rapidamente aquecidas ^[5].

Na interface do metal/molde, ocorre o contato imperfeito entre o metal solidificado e a parede do molde. Devido a estes fatores são originados “gaps”, que podem ser descritos como falhas na continuidade do material, que acabam gerando uma resistência térmica que resulta em complexo mecanismo conhecido como transferência newtoniana. A figura 2 apresenta o que ocorre na interface metal/molde.

2.5- Interface metal/molde

Com já foi mencionado, o contato entre o metal e a parede do molde não é perfeito. Assim há o surgimento de “gaps” de ar entre a parede e o metal, tais sistemas tendem a realizar uma redução na transferência de calor entre estas superfícies ^[1]. Este é um dos motivos que denominada a solidificação como um processo transiente, além disso, as propriedades do metal e do molde tendem a mudar com a temperatura, ou seja, variam ao longo do processo ^[12].

A redução da taxa de transferência de calor ^[5] não esta somente associada ao fato do surgimento de “gaps”, mas também a fatores como:

- Afinidade química: Tal fator está associado à baixa molhabilidade entre o material do molde e o metal líquido, portanto o liquido tende, devido às características físico-químicas, a não interagir de modo ótimo com o substrato que no caso é a parede do molde;
- Rugosidade: É conferida geralmente pelo processo de usinagem, pelo qual o molde passa. Isso acaba gerando geometrias microscópicas, as quais favorecem o aparecimento de pontos de pouco contato que são intercalados com pontos de contato perfeito.
- Lubrificantes: São materiais utilizados para facilitar o processo de desmoldagem, pois promove a formação de uma película que separa a parede do molde do metal solidificado.
- Contração: A maioria dos metais após apresentarem certa camada solidificada tende a se contrair, o que promove uma maior separação física.

Devido a estes fatores, associados ^[1] a outros como, a temperatura de vazamento, a geometria do fundido, a temperatura do molde, tipo e composição da liga, pressão metalostática, enchimentos isolantes, espessura do molde. Ocorre uma redução significativa na transferência de calor.

Na tentativa de mensurar o fenômeno, Newton propôs uma solução, que ficou conhecida como transferência Newtoniana, nesta formulação se pode obter o coeficiente transferência de calor Newtoniano (h_i) este parâmetro é um dos

principais alvos de estudo da solidificação, pois a determinação precisa deste coeficiente é vital, uma vez que os valores obtidos são determinantes para um serie de fatores como velocidade do avanço da interface solido/liquido, microestrutura e macroestrutura, podem até mesmo influenciar nas propriedades mecânicas do produto fundido.

Existem diversos métodos para a determinação deste coeficiente, pois tal fator é extremamente relevante. Segundo a literatura ^[1,5] cada par metal/molde gera um valor de h_i diferente, ou seja, para cada sistema de solidificação há a necessidade de adequar o modelo ou até mesmo gerá-lo para que se possa determinar o h_i .

2.5.1- Transferência newtoniana

Newton para promover um maior entendimento do fenômeno que ocorre na interface metal/molde lançou mão de um artifício, no qual propôs que existe entre o metal e o molde um gás ideal que preenche um volume. Além disso, segundo a teoria, as superfícies da parede e do solido são perfeitamente planas. Associada a essa região, está toda a resistência térmica existente neste local de conflito, pois segundo a literatura ⁽⁵⁾ ocorrem os mecanismos de transferência de calor de condução, convecção e radiação simultaneamente. Nessa situação o fluxo de calor é definido:

$$q_N = h_i(T_{is} - T_{im}) \quad (03)$$

Sendo:

q_N = fluxo de calor do material para o molde (W/m²);

T_{is} = temperatura na superfície do material (K);

T_{im} = temperatura na superfície do molde (K);

h_i = coeficiente de transferência de calor material/molde (W/m²K);

2.6- Propriedades térmicas dos materiais

2.6.1- Difusividade térmica (a)

Determina a tendência de um dado material em equalizar uma distribuição de temperatura. Tal grandeza é sistematizada pela equação a seguir.

$$a = \frac{K}{c \cdot d} \quad (04)$$

Sendo:

a = difusividade térmica (m^2/s)

K = condutividade térmica (W/mK)

c = calor específico ($J/Kg.K$)

d = densidade (Kg/m^3)

2.6.2- Difusividade de calor

É definida como a difusividade de calor que determina o calor acumulado ou perdido por um material que passa por um processo de fusão e/ou solidificação. Em termos gerais, pode ser definida como a capacidade de absorção de calor pelo material e pode ser descrito pela equação a seguir:

$$b = \sqrt{Kcd} \quad (05)$$

Sendo:

b = coeficiente de difusividade de calor ($Ws^{1/2}/m^2K$).

2.6.3- Parâmetro metal/molde

Pode ser definido como razão entre a difusividade de calor do molde e do metal que sofrerá solidificação. Vale ressaltar que o resultado entre a relação dos parâmetros dispostos na equação a seguir é adimensional:

$$M = \frac{b_{molde}}{b_{metal}} \quad (06)$$

2.7- Taxas e Temperaturas Características do Processo

2.7.1- Taxa de resfriamento

Pode ser definida como pela equação a seguir, na qual a temperatura decresce ao longo do tempo:

$$T = \frac{dT}{dt} \quad (07)$$

Modificando a equação da taxa de resfriamento, para que esta possa ser equacionada também em função da posição teremos:

$$T = \frac{dT}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (08)$$

Sendo:

$$G = \frac{dT}{dx} \quad (09)$$

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (10)$$

Agora inserindo as equações (09) e (10) acima na equação (11), teremos:

$$T = G \cdot v \quad (12)$$

Onde:

T = taxa de resfriamento (°C/s);

G = gradiente térmico (°C/m);

v = velocidade de deslocamento da interface sólido/líquido (m/s);

2.7.2 - Superaquecimento e temperatura de vazamento

O superaquecimento pode ser definido como a variação existente entre a temperatura de vazamento e a de fusão de uma liga metálica ⁽⁵⁾. A temperatura de vazamento é um parâmetro importante e requer uma avaliação minuciosa, pois o valor determinado se muito próximo da temperatura de fusão pode ocasionar vários defeitos nos fundidos, pois tal situação pode implicar em um preenchimento incompleto do molde, assim introduzindo defeitos. Entretanto uma temperatura de vazamento elevada pode ser maléfica, pois pode promover o crescimento excessivo dos grãos, o que pode ocasionar diminuição das propriedades mecânicas previstas no projeto.

Segundo a literatura ^[1] temperaturas de vazamento elevadas podem ainda promover o crescimento de grãos do tipo colunar, entretanto esta relação só é válida para alguns tipos de molde, pois um superaquecimento excessivo pode anular a capacidade de certos tipos de molde de extrair o calor, uma vez que este acréscimo de energia acaba aquecendo-o. A o superaquecimento pode ser definida desta forma:

$$\Delta T_v = T_v - T_f \quad (13)$$

Sendo:

ΔT_v = superaquecimento (K);

T_v = temperatura de vazamento (K);

T_f = temperatura de fusão (K);

2.8- Equação geral do calor

Para que se torne matematicamente viável o estudo da solidificação se faz necessário o uso da equação geral do calor em sua forma estendida:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (14)$$

Sendo:

\dot{q} = calor gerado no processo (W);

Na forma em que se encontra a equação do calor pode ser utilizada para avaliar o fluxo de calor em um volume.

Para o estudo do fluxo de calor em um plano, há a necessidade de considerar o fluxo de calor no eixo z igual a zero, portanto a equação (17) assume outro arranjo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (15)$$

É importante ressaltar que em um processo de solidificação não existe somente a geração espontânea de energia, como elemento que aumenta o grau de dificuldade da realização da modelagem, pois existem impactantes como a resistência térmica entre o metal e molde, além das propriedades físicas que variam com o tempo ^[6].

Assim, segundo a literatura podemos dividir os métodos empregados para a aquisição de resultados em basicamente três ^[6,12] que são os analíticos, numéricos e análogos. Vale lembrar que existem algumas subdivisões nestes grupos.

2.9- Método analítico

O ataque ao fenômeno de solidificação através de técnicas analíticas pode ocorrer de duas formas: métodos analíticos exatos e analíticos aproximados. No caso da utilização do primeiro tipo não se pode promover simplificações, somente modificações nas condições de contorno, como, por exemplo:

- a) Fluxo de calor unidimensional;
- b) Contato térmico perfeito entre o metal e o molde;
- c) A energia liberada pelo metal é totalmente absorvida pelo molde, assim a temperatura externa é mantida constante;
- d) A temperatura da interface metal/molde não sofre variação;
- e) Fluxos de massa no líquido são inexistentes, ou seja, a convecção e a segregação de soluto não agem promovendo estes eventos;
- f) As propriedades físicas de todo o sistema não se alteram.

Como são necessárias inúmeras considerações o resultado obtido tende a se distanciar bastante da realidade. Tais exposições são irrealistas, haja vista que para geometrias complexas como, por exemplo: Na cilíndrica sempre vai ocorrer um contato imperfeito entre o metal e o molde, além disso, ocorrem mudanças nas propriedades físicas do metal, aliadas a perdas significativas de calor por meio de convecção e radiação.

2.10- Modelo análogo

Neste caso em particular o sistema térmico metal/molde é substituído por um elétrico de regime transiente. Isso é realizado, pois a medição das diferenças potencial e da intensidade da corrente é um trabalho mais simples que controlar um o fluxo de calor. Pois entraves como o calor latente, podem ser simplesmente equacionados através da inserção de um corrente. Na literatura existem vários trabalhos que se servem desta metodologia para analisar geometrias como placas, cilindros e esferas ^[12].

Neste processo o sistema metal/molde é seccionado em varias partes que são representadas como resistências elétricas, assim como o fluxo de calor. Já o calor específico recebe a atribuição de capacitores.

As limitações do método são que há a necessidade de se conhecer a fundo as propriedades térmicas dos meios analisados, assim como a variação destas ao longo do processo.

2.11- Métodos numéricos

Os métodos numéricos são largamente utilizados para o estudo das mais variadas geometrias, sendo conhecidos como aqueles que possuem elevada precisão de resultados. Consiste em aplicar um malha no sistema metal/molde, substituindo as equações de derivadas parciais, por equações de diferenças finitas que são solucionadas em pequenos incrementos de tempo ^[12].

Na utilização destes métodos surge a necessidade da utilização de computadores e outros sistemas de suporte. Entretanto tais ferramentas são poderosas, pois podem avaliar dependendo da modelagem, parâmetros como: resistência térmica na interface metal/molde, variação das propriedades termo-físicas, dimensões e geometrias do sistema entre outros ⁽⁶⁾. Os métodos numéricos mais empregados na atualidade são o (MEF) – método de elementos finitos e o (MDF) – método das diferenças finitas.

3- MATERIAIS E METODOS

3.1- Características dos Materiais Utilizados para a Confeção das Ligas de Cobre.

Para produzir as ligas de cobre utilizadas neste trabalho utilizou-se alumínio comercialmente puro, a qual varia de 99,7% a 99,9%, produzido pela ALBRÁS e cobre utilizado para a confecção de trocador de calor comercialmente puro, a qual deve ser superior a 99,3%. A tabela 1 apresenta as propriedades termo-físicas destes materiais.

Tabela 1- Propriedades termo-físicas dos materiais utilizados para a confecção da liga.

| Propriedades | Alumínio | Cobre |
|---|-----------------|--------------|
| Densidade_{.sol.} (Kg/m³) | 2.550 | 8.382 |
| Densidade_{.liq.} (Kg/m³) | 2.368 | 7.938 |
| Condutividade Térmica_{sol.} (W/mK) | 213 | 330 |
| Condutividade Térmica_{liq.} (W/mK) | 91 | 166 |
| Calor Latente de Fusão (J/Kg) | 397500 | 205000 |
| Ponto de Fusão (°C) | 659,85 | 1082,85 |

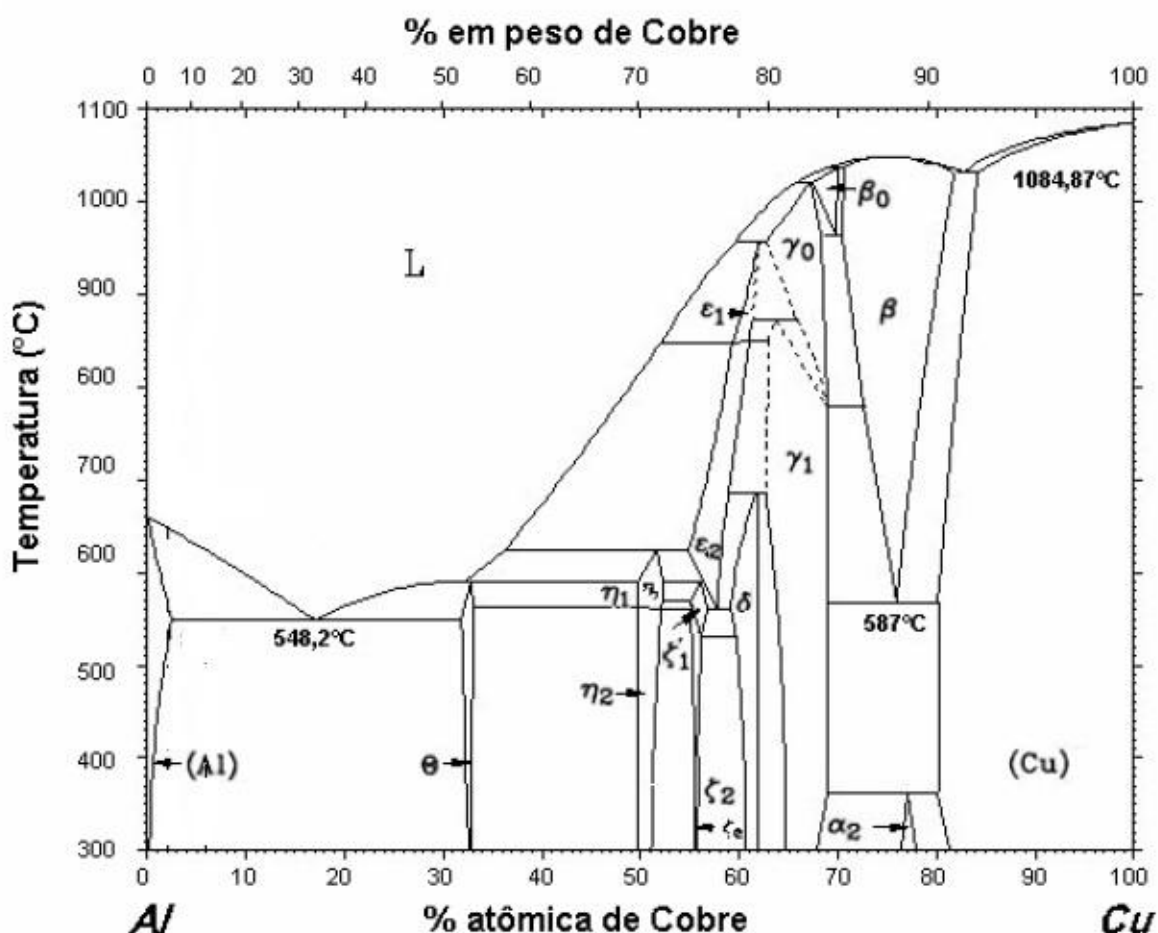
Fonte: [5,13] adaptado.

3.2- Ligas de Alumínio Série 2000 ou 2XXX

Segundo a Aluminum Association as ligas que possuem o cobre como elemento de liga seguem a nomenclatura AA200 ou AA200.00. Tais ligas também possuem a nomenclatura 2XXX. Na qual o segundo dígito representa elemento de liga adicional ou ainda modificação no limite de impurezas e os dois últimos dígitos representam somente ligas diferentes do mesmo grupo ^[13].

Quando as ligas de cobre, sofrerem tratamentos térmicos, podem ser largamente utilizadas na indústria aeronáutica (na confecção de partes de asas), em tanques e outros componentes, pois suas propriedades mecânicas se aproximam e às vezes excedem as dos aços de baixo carbono, só que com menor densidade, porém as ligas dessa classe apresentam uma resistência à corrosão baixa se comparadas a demais podendo desenvolver corrosão intergranular ^[13]. Na figura 3 está apresentado o diagrama de fases do sistema Alumínio-Cobre.

Figura 3- Diagrama de fases do sistema alumínio cobre.



Fonte: [1,13] Adpatado.

As propriedades termo-físicas das ligas utilizadas estão apresentadas na tabela 2.

Tabela 2 - Propriedades termo-física das ligas.

| Ligas de Cobre | | |
|--|------------------|-----------------|
| Propriedades | Al-4,5%Cu | Al-15%Cu |
| Temperatura liquidus (°C) | 645 | 615 |
| Temperatura solidus (°C) | 548 | 548 |
| Densidade do sólido (Kg/m³) | 2680 | 2910 |
| Densidade do líquido (Kg/m³) | 2480 | 2760 |
| Condutividade Térmica no sólido (W/mK) | 193 | 179 |
| Condutividade Térmica no líquido (W/mK) | 85 | 71 |
| Calor específico no sólido (J/KgK) | 1092 | 1080 |
| Calor específico no líquido (J/KgK) | 1059 | 999 |
| Calor Latente (J/Kg) | 381900 | 374270 |

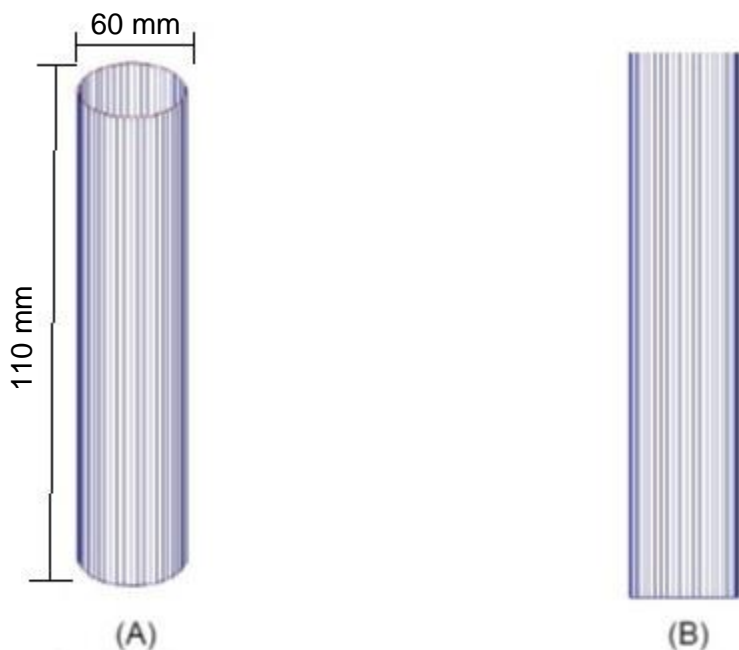
Fonte: [5,13] adaptado.

3.3- Materiais utilizados no experimento

3.3.1- Moldes e cadinhos

Para a fundição das ligas utilizou-se cadinhos de carbetto de silício, que foram previamente sinterizados a aproximadamente 1000 °C por uma hora, para que se elimine de maneira satisfatória a matéria orgânica e se promova a impregnação do mesmo por alcatrão. O Molde utilizado para o vazamento do metal é cilíndrico e foi confeccionado em aço ABNT 1045 e possui diâmetro de 60 mm e altura de 110 mm a partir de sua base. A figura 4 possui uma representação esquemática da lingoteira.

Figura 4 - (A) Geometria do molde em 3D. (B) Modelo 2D.



Fonte: [2] adaptado.

A tabela 3 apresenta as propriedades termo-físicas do molde de aço 1045.

Tabela 3 - Tabela de propriedades do molde.

| Propriedades termo-físicas do molde de aço ABNT 1045 | | |
|---|--------------------------|------------------------------|
| Densidade (Kg/m ³) | Calor específico (J/KgK) | Condutividade térmica (W/mK) |
| 8020 | 528 | 33 |

Fonte: [13]

3.3.2- Mecanismos de corte e pesagem

O Alumínio, assim como o cobre, foi cortado em uma serra fita Starrett Modelo St-3720 até atingir o volume necessário para ser mensurado em uma balança digital MARTE VX 8200S, com carga máxima de 8.200 g e mínima de 5 g e

com precisão de uma casa decimal após a vírgula. A figura 5 apresenta algumas etapas do procedimento desenvolvido.

Figura 5- Corte (a) e pesagem (b) dos metais utilizados para a confecção das ligas.



Fonte: Autor

3.4- Mecanismo de aquisição de dados

3.4.1- Termopares

Foram utilizados, para mensurar a temperatura, termopares do tipo K de NiCr-Ni. A extensão utilizada foi composta de adaptadores e cabos específicos para cada termopar. A Figura 6 apresenta os termopares e cabos utilizados.

Figura 6 - Termopares e Cabos Utilizados.

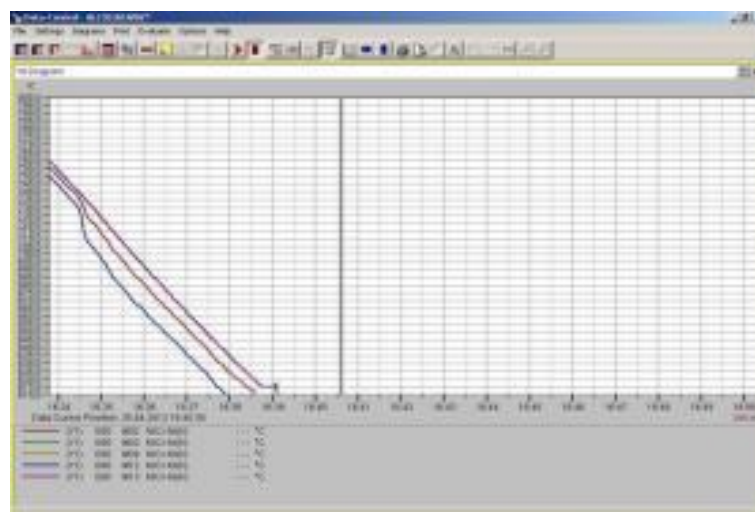


Fonte: Autor

3.4.2- Aquisição de sinal

As leituras das temperaturas mensuradas pelos termopares foram realizadas por um computador Celeron® CPU 420@ 1.61 GHz, 0,99 GB de RAM, auxiliado pelo programa DATA CONTROL 4.11 serial DC41-020,004612 responsável por reconhecer os termopares, e gerar as curvas experimentais dos eventos térmicos ocorridos ao longo do processo de verificação da conformidade da liga e solidificação na lingoteira de geometria desejada. A figura 7 mostra a interface do programa, assim como as curvas de resfriamento necessárias para o acerto da liga.

Figura 7 - Layout do programa utilizado para a aquisição do sinal.



Fonte: Autor

3.5- Verificação da conformidade da liga

Através do aparato computacional de aquisição de sinal disponível, verifica-se a temperatura *líquidus*, que pode ser definida como a temperatura, na qual são formados os primeiros sólidos durante a solidificação, é característica de cada liga e pode ser determinada com o auxílio da figura 3 que possui um diagrama do sistema alumínio-cobre, entretanto mesmo sabendo a temperatura *líquidus* e as propriedades das ligas, durante o processo de fundição, ocorre à formação de óxidos, devido ao contato do metal líquido com oxigênio, o que acaba ocasionando

perdas, ou seja, se faz necessária à retirada do oxido sobrenadante e uma correção, mediante o monitoramento da temperatura *líquidus*. Variações deste valor, não previstas no diagrama de fase demonstram que houve perda de metal e é necessária a adição de alumínio e/ou cobre, para que se possa atingir a composição nominal da liga.

As etapas de produção da liga foram o dimensionamento das quantidades de alumínio e cobre utilizados, corte e pesagem dos metais, sinterização e adição de desmoldante em um cadinho de carvão de silício, fundição do metal hospedeiro (alumínio), adição do cobre, verificação da Temperatura *líquidus*, retificação da liga se necessário e vazamento. A figura 8 apresenta algumas das etapas desenvolvidas ao longo da produção das ligas.

Figura 8 - Retirada do cadinho do forno adição do cobre utilizado como elemento deliga.

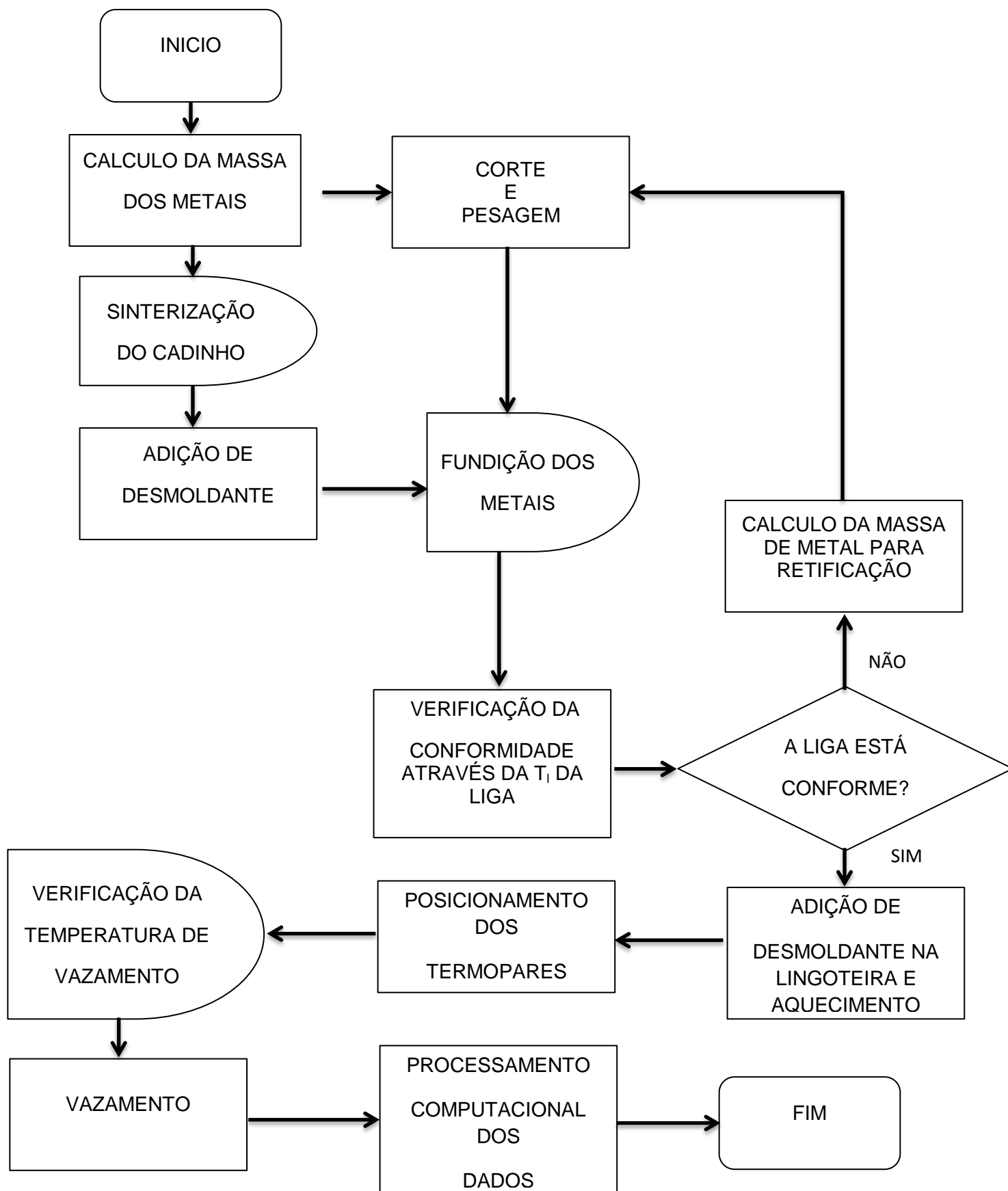


Fonte: Autor

3.6- Procedimentos experimentais

O Procedimento de produção da liga segue o fluxograma da figura 9.

Figura 9- Fluxograma do procedimento experimental.



Fonte: Autor

O Fluxograma na figura 9 apresenta as etapas todas experimental realizado para a confecção da liga, assim como o vazamento e a aquisição dos dados experimentais. Primeiramente devem-se calcular as quantidades dos metais utilizados para a confecção das ligas, em seguida sinteriza-se o cadinho e realiza-se o corte e pesagem dos metais, e em seguida ocorre a fundição operação que demanda certo tempo.

Após esta etapa verifica-se a T_l (temperatura *líquidus*), e avalia-se se a liga esta em conformidade com o previsto pelo diagrama de fase do sistema alumínio-cobre adiciona-se o desmoldante na lingoteira, e promove-se o aquecimento a aproximadamente 300 °C posiciona-se os termopares e realiza-se o vazamento e a coleta dos dados experimentais através do aparato computacional.

3.7- Etapa de vazamento e coleta dos dados experimentais.

Dois cadinhos contendo respectivamente as ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu foram colocados um de cada vez, juntamente com a lingoteira em um forno para que cada liga fundisse separadamente e a lingoteira atingisse a temperatura de 300 °C. No caso em particular do molde se realizou este processo, haja vista que vazas as ligas em um molde com temperatura baixa pode ser perigoso devido à variação grande de energia, assim como prejudicar a coleta de dados, pois pode alterar a posição dos termopares devido a vários mecanismos.

Os termopares foram posicionados ao longo da lingoteira de modo coerente com a disposição pré-definida. É importante ressaltar que as posições dos termopares devem ser informadas dentro do algoritmo do programa. Ao todo foram utilizados seis termopares, dos quais cinco foram dispostos ao longo da lingoteira e um foi utilizado para verificar a T_v , este parâmetro é um valor aproximadamente 10% maior que a T_l das ligas em estudo. Vale ressaltar que a temperatura de vazamento pode ser alterada, haja vista que pode sofrer variação devido às condições experimentais e a dinâmica de enchimento e vazamento e o algoritmo não assimila tais variações. A figura 10 apresenta a verificação da temperatura de vazamento e disposição dos termopares. A figura 11 apresenta o vazamento da liga e o inicio da solidificação de um das ligas.

Figura 10- Verificação da T_v e disposição dos termopares

Fonte: Autor

Figura 11- Vazamento e solidificação da liga



Fonte: Autor

3.8- Modelo numérico

O modelo numérico utilizado para se obter os resultados baseia-se no emprego do método das diferenças finitas, mas primeiramente se adota algumas hipóteses:

- Desconsideração da dinâmica de vazamento e enchimento;
- Ausência de correntes convectivas no metal líquido;
- Fluxo de calor bidimensional;

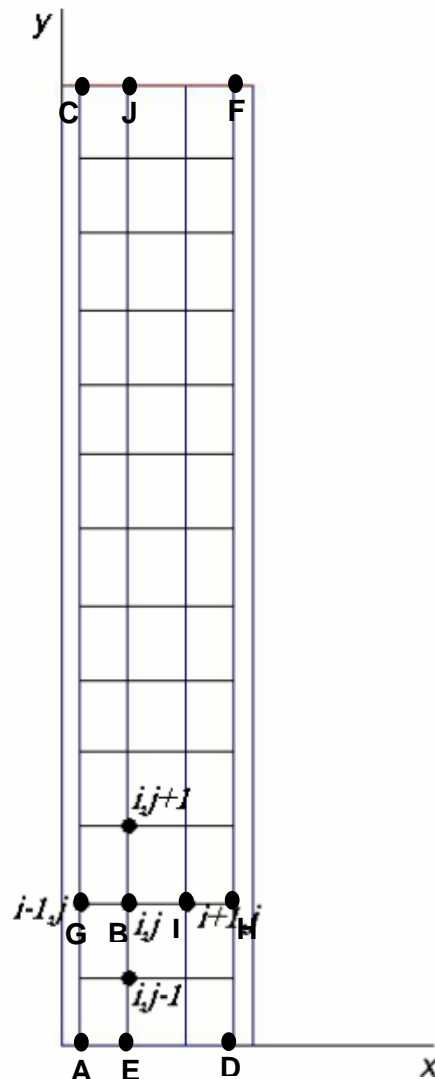
- Coeficientes de transferência de calor newtoniano variado com o tempo;
- Propriedades termo-físicas da liga, no intervalo de solidificação, variantes com equação de Scheil;
- Propriedades do metal sólido e líquido diferentes;
- Condução na região interna do lingote;
- Convecção de ar na borda superior do lingote;
- Convecção de água na borda inferior do lingote;

Com relação às paredes do molde, no modelo se pode atribuir ainda que esteja isolada ou sofrendo convecção natural de ar, neste trabalho a condição adotada foi à segunda. O software utilizado para trabalhar com as equações discretizadas devido à funcionalidade e linguagem foi o MATLAB.

3.8.1- Discretização das Equações

Através da malha proposta na figura 12 e da equação (15) as equações foram discretizadas para cada uma das regiões que e são escritas na rotina do programa.

Figura 12- Forma Discretizada do lingote.



Fonte: [2] Adaptado.

A equação no ponto A pode ser definida como:

$$T_{1,1}^{m+1} = \frac{T_{1,1}^m + a_m \Delta t \left(\frac{T_{2,1}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{T_{1,2}^{m+1}}{2\Delta y^2} + \frac{h_i T_{\infty i}}{2k_m \Delta y} + \frac{h_b T_{\infty b}}{2k_m \Delta x} \right)}{1 + a_m \Delta t \left(\frac{1}{2\Delta y^2} + \frac{1}{2\Delta x^2} + \frac{h_i}{2k_m \Delta y} + \frac{h_b}{2k_m \Delta x} \right)} \quad (16)$$

A equação no ponto B possui esta forma:

$$T_{i,j}^{m+1} = \frac{T_{i,j}^m + a\Delta t \left(\frac{T_{i+1,j}^{m+1} + \frac{k_m}{k} T_{i-1,j}^{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{m+1} + T_{i,j-1}^{m+1}}{2\Delta y^2} + \frac{\dot{q}}{k} \right)}{1 + a\Delta t \left[\frac{\left(1 + \frac{k_m}{k}\right)}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right]} \quad (17)$$

A equação no ponto C é definida como:

$$T_{1,ny}^{m+1} = \frac{T_{i,j}^m + \bar{a}\Delta t \left[\frac{T_{2,ny}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{k_m}{2k\Delta y^2} T_{1,ny-1}^{m+1} + \frac{hT_\infty}{2k} + \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \right]}{1 + \bar{a}\Delta t \left[\frac{k_m}{2k\Delta y^2} + \frac{1}{2\Delta x^2} + \frac{h}{2k} \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \right]} \quad (18)$$

A equação no ponto D é definida como:

$$T_{nx,1}^{m+1} = \frac{T_{nx,1}^m + a_m\Delta t \left(\frac{T_{nx-1,1}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{T_{nx,2}^{m+1}}{2\Delta y^2} + \frac{h_i T_{\infty i}}{2k_m\Delta y} + \frac{h_b T_{\infty b}}{2k_m\Delta x} \right)}{1 + a_m\Delta t \left(\frac{1}{2\Delta y^2} + \frac{1}{2\Delta x^2} + \frac{h_i}{2k_m\Delta y} + \frac{h_b}{2k_m\Delta x} \right)} \quad (19)$$

A equação no ponto B:

$$T_{i,j}^{m+1} = \frac{T_{i,j}^m + a\Delta t \left(\frac{\frac{k_m}{k} T_{i+1,j}^{m+1} + T_{i-1,j}^{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{m+1} + T_{i,j-1}^{m+1}}{2\Delta y^2} + \frac{\dot{q}}{k} \right)}{1 + a\Delta t \left[\frac{\left(1 + \frac{k_m}{k}\right)}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right]} \quad (20)$$

A equação no ponto E é definida como:

$$T_{i,2}^{m+1} = \frac{T_{i,2}^m + a\Delta t \left(\frac{T_{i+1,2}^{m+1} + T_{i-1,2}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{T_{i,3}^{m+1} + \frac{k_m}{k} T_{i,1}^{m+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}}{k} \right)}{1 + a\Delta t \left(\frac{k_m}{k\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)} \quad (21)$$

A equação no ponto F:

$$T_{nx,ny}^{m+1} = \frac{T_{i,j}^m + \bar{a}\Delta t \left[\frac{T_{nx-1,ny}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{k_m}{2k\Delta y^2} T_{nx,ny-1}^{m+1} + \frac{hT_\infty}{2k} + \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \right]}{1 + \bar{a}\Delta t \left[\frac{1}{2\Delta x^2} + \frac{k_m}{2k\Delta y^2} + \frac{h}{2k} \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} \right) \right]} \quad (22)$$

A equação no ponto G representa a refrigeração de ar sobre o molde na borda esquerda pode ser definida como:

$$T_{1,j}^{m+1} = \frac{T_{1,j}^m + \bar{a}\Delta t \left[\frac{k_m}{2k\Delta y^2} (T_{1,j+1}^{m+1} - T_{1,j-1}^{m+1}) + \frac{T_{2,j}^{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{hT_\infty}{k\Delta x} \right]}{1 + \bar{a}\Delta t \left(\frac{k_m}{k\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{h}{k\Delta x} \right)} \quad (23)$$

A equação no ponto H representa a refrigeração do ar sobre o molde na borda direita pode ser definida como:

$$T_{n,j}^{m+1} = \frac{T_{n,j}^m + \bar{a}\Delta t \left[\frac{k_m}{2k\Delta y^2} (T_{n,j+1}^{m+1} - T_{n,j-1}^{m+1}) + \frac{T_{n,j}^{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{hT_\infty}{k\Delta x} \right]}{1 + \bar{a}\Delta t \left(\frac{k_m}{k\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{h}{k\Delta x} \right)} \quad (24)$$

A equação no ponto I ser definida como:

$$T_{1,j}^{m+1} = \frac{T_{1,j}^m + a\Delta t \left(\frac{T_{i+1,j}^{m+1} + T_{i-1,j}^{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^{m+1} + T_{i,j-1}^{m+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{q}}{k} \right)}{1 + 2a\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)} \quad (25)$$

A equação no ponto J pode ser definida como:

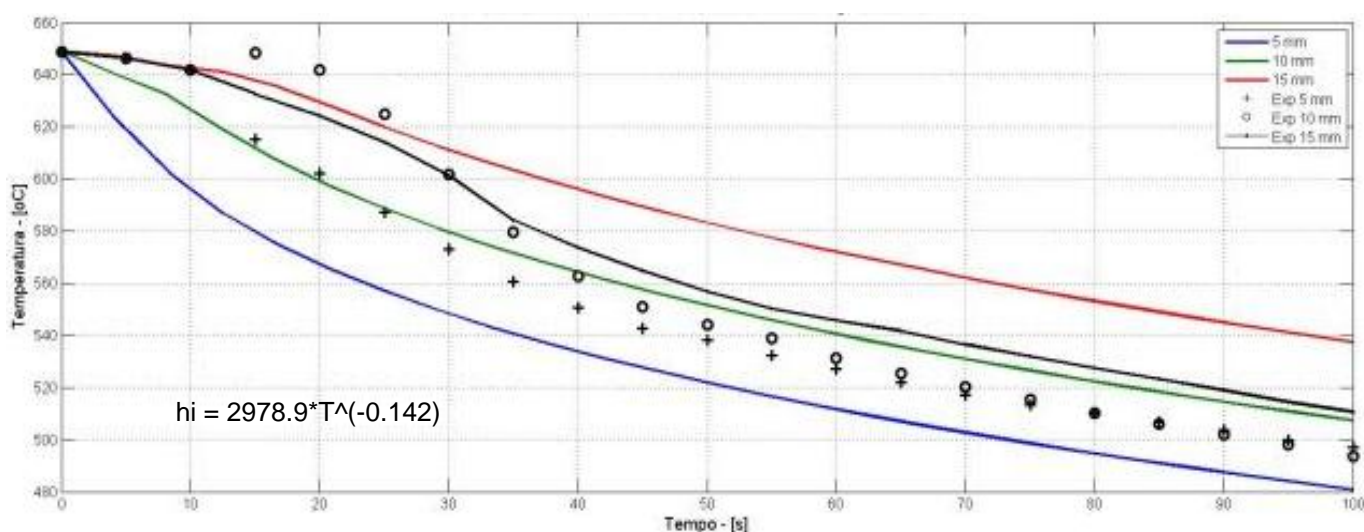
$$T_{i,n}^{m+1} = \frac{T_{i,n}^m + a\Delta t \left(\frac{T_{i+1,n}^{m+1} + T_{i-1,n}^{m+1}}{2\Delta x^2} + \frac{T_{i,n-1}^{m+1}}{\Delta y^2} + \frac{hT_\infty}{k\Delta y} + \frac{\dot{q}}{2k} \right)}{1 + 2a\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{h}{k\Delta y} \right)} \quad (26)$$

4- RESULTADOS E DISSCUSÕES

O modelo matemático proposto gera curvas de resfriamento teóricas e também através dos dados coletados com auxílio dos os termopares as curvas de resfriamento experimentais. Através do teorema do confronto, o qual se fundamenta neste caso em particular na sobreposição das curvas teóricas sobre as experimentais através da variação do h_i se torna possível aferir o modelo para os sistemas binários em estudo, assim como, determinar com um bom grau de precisão a equação que rege o h_i para o par metal/molde.

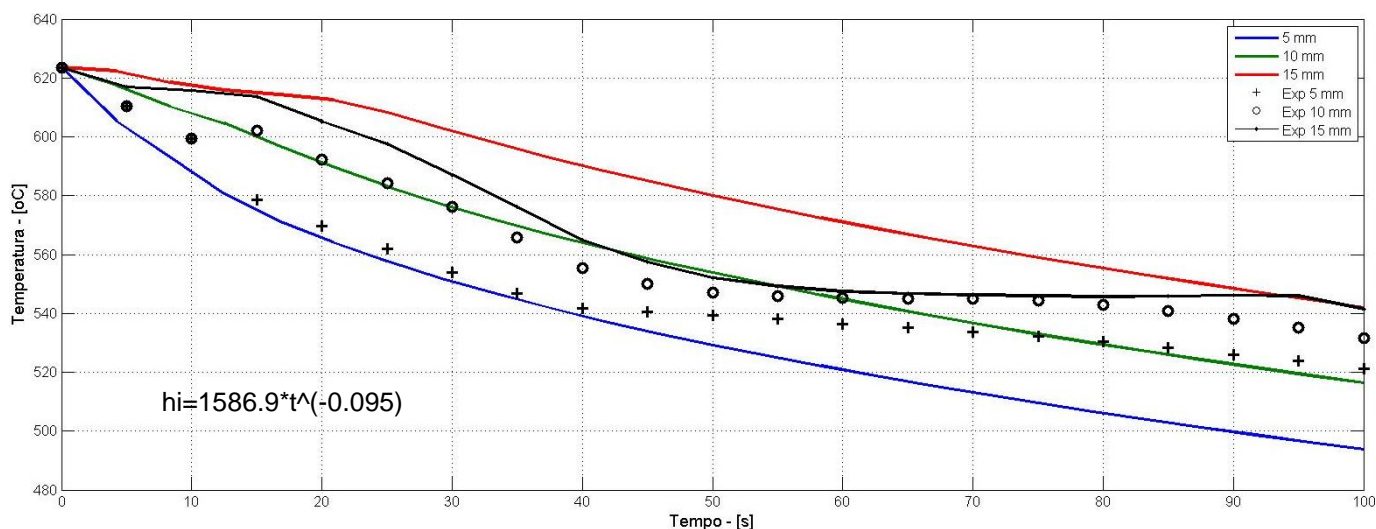
Os sistemas em estudo são as ligas Al-4,5%Cu e Al-15%Cu solidificadas em um molde confeccionado em aço ABNT 1045. O modelo matemático utilizado prevê o cálculo das curvas teóricas por um modelo de redistribuição de soluto, o qual é a equação de Scheil. As figuras 13 e 14 apresentam as curvas de resfriamento para a liga Al-4,5%Cu e Al-15%Cu, calculados através da equação de Scheil seus respectivos h_i 's.

Figura 13- Confronto de perfis térmicos e experimentais para a liga binária Al-4,5%Cu. Equação de Scheil.



Fonte: Autor

Figura 14- Confronto de perfis térmicos e experimentais para a liga binária Al-15%Cu.
Equação de Scheil.



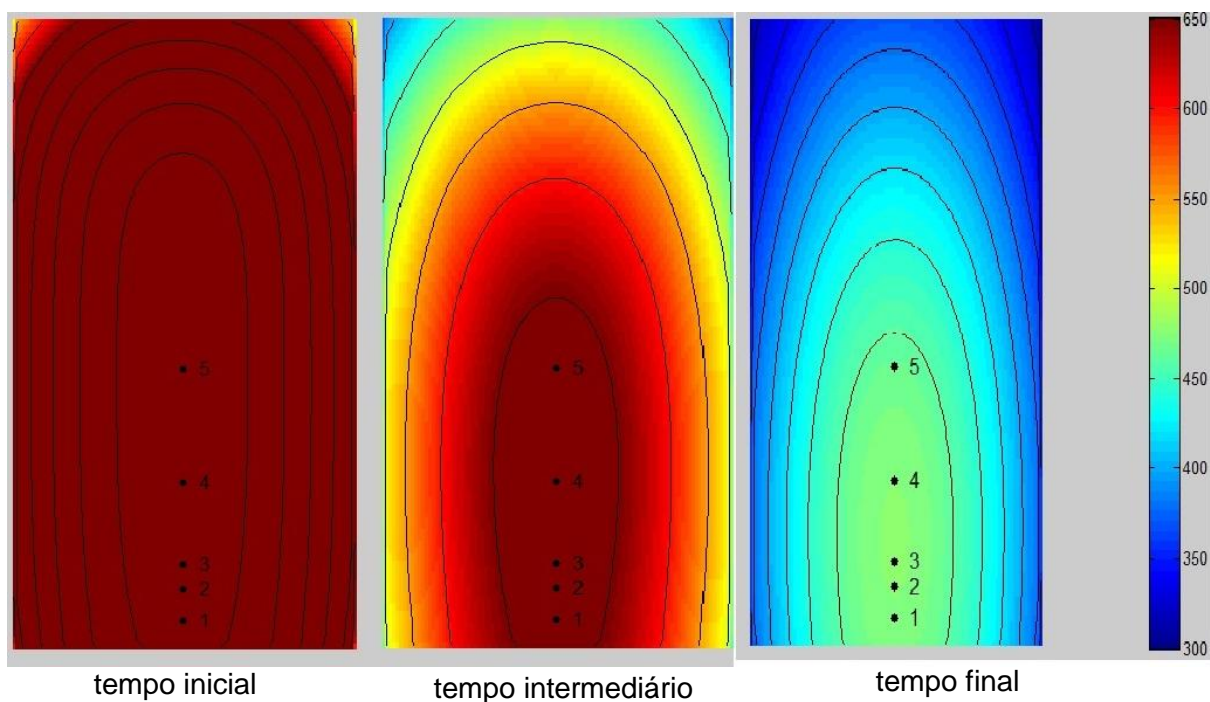
Fonte: Autor

Nas figuras 13 e 14 nota-se primordialmente que a aproximação para ambas às ligas em estudo, considerando, um estudo numérico é bastante coerente, ou seja, a equação do h_i originada poder ser utilizada para definir o comportamento da transferência de calor na interface metal/molde.

A equação de Scheil utilizada como equação base para avaliar a redistribuição de soluto nas ligas se mostrou bastante eficiente com um comportamento previsto pela a literatura ^[2], que é o de apresentar melhores resultados para ligas binárias com maiores concentrações de soluto. Outra característica apresentada. Nas figuras 13 e 14 é que o h_i tende a cair para ligas de maior teor de soluto ^[2] fato que também foi apresentado nas simulações realizadas.

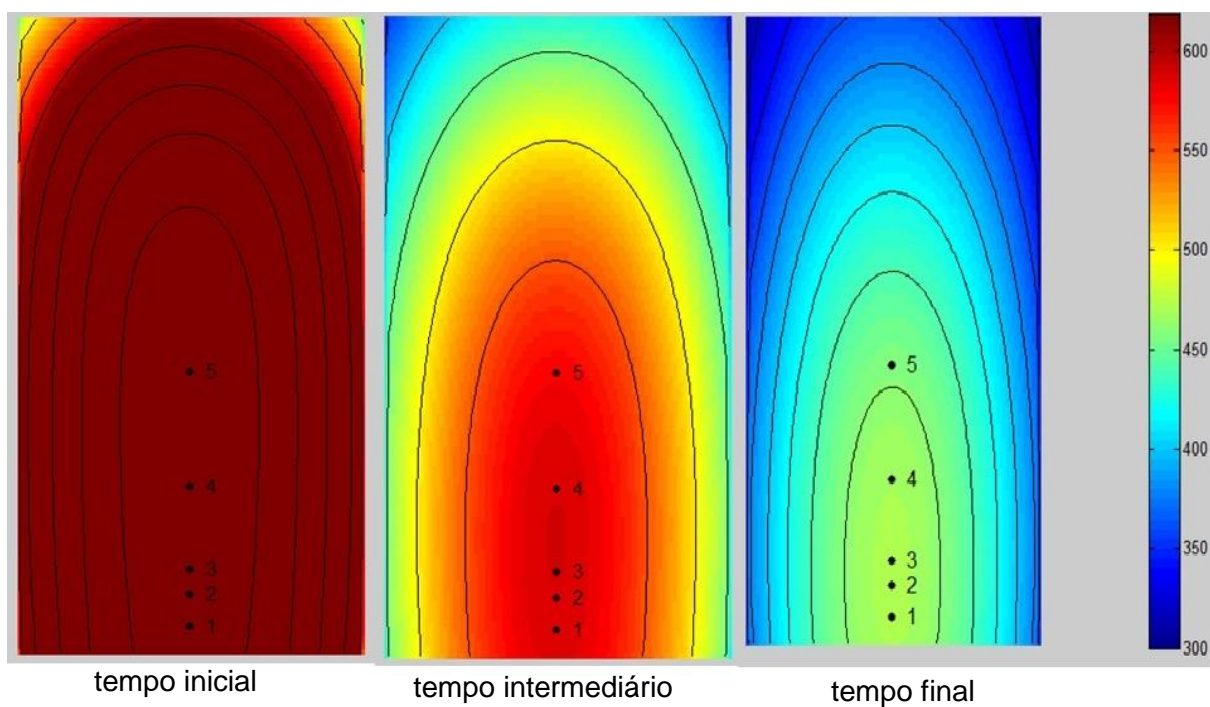
De posse das equações de h_i obtidas na aferição dos modelos referentes as curvas de resfriamento é possível gerar outra simulação, na qual se tem o avanço da solidificação dentro de um plano que representa o lingote. Esta é de vital importância, pois através dela é possível avaliar o ocorrido e como o decaimento da temperatura se apresenta dentro do lingote. Assim podendo comparar os valores teóricos como os obtidos experimentalmente. As figuras 15 e 16 apresentam etapas da solidificação para as ligas de Al-4,5%Cu e Al-15%Cu.

Figura 15- Gráfico de cores das temperaturas de solidificação da liga Al-4,5%Cu em um tempo inicial, intermediário e final.



Fonte: Autor

Figura 16- Gráfico de cores das temperaturas de solidificação da liga Al-4,5%Cu em um tempo inicial, intermediário e final.



Fonte: Autor

O tempo de simulação utilizado foi de 425 s o que dá aproximadamente sete minutos. Considerando a temperatura *solidus* das ligas em estudo, podemos afirmar com uma boa precisão que para o sistema Al-4,5%Cu e Al-15%Cu, o tempo, no qual todo o lingote já está solidificado. O que segundo a simulação é inferior aos 425 s e isso pode ser comprovado pelos valores de temperatura obtidos através dos termopares. Tal informação é importante, pois para uma escala industrial de fundição estática se torna possível dinamizar e sincronizar melhor as etapas do processo, haja vista que as peças são produzidas através de “bateladas”.

5- CONCLUSÃO

Considerando resultados obtidos ao longo das atividades verificou-se que na simulação, na qual se realiza o confronto teórico experimento ocorreu uma boa concordância entre as curvas se considerarmos que se trata de uma aproximação numérica. O parâmetro que foi utilizado para aferir o modelo é o h_i que nos processos de solidificação é um dos dados mais importantes, haja vista que através dele é possível dimensionar uma serie de fatores como, por exemplo; a microestrutura formada e conseqüentemente as propriedades mecânicas e as equações obtidas através da simulação estão em concordância com a literatura ^[2] no que tange o fato da liga de maior teor de soluto possuir um menor h_i .

Os experimentos de obtenção das curvas experimentais podem ter sofrido influencia de fatores externos como a não pureza dos metais utilizados para a confecção das ligas, as correntes convectivas geradas durante a solidificação e a contração sofrida pelo metal durante processo, além de outros, porém mesmo com essa possibilidade nota-se que ocorreu sucesso, pois as temperaturas geradas pela simulação estão próximas às medidas.

A simulação do plano 2D do lingote através do h_i gerado na aferição do primeira parte da simulação corrobora para demonstrar que foi bem sucedida, pois reproduz com boa confiabilidade o avanço das curvas de resfriamento, fato este que pode ser notado nos valores experimentais.

Assim, a simulação pode servir de subsidio para a elaboração de outros trabalhos científicos, tal como se forem implementadas mais ferramentas na rotina, existe a possibilidade de obter mais informações.

6- SUSGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

- Implementar na rotina outros modelos de redistribuição de soluto como regra da alavanca.
- Realizar o estudo de outros ligas do mesmo sistema alumínio-cobre.
- Realizar o estudo para outros sistemas binários.
- Promover a criação de um banco de dados para os hi obtidos na aferição dos modelos.
- Criar outra rotina utilizando um elemento radial.
- Criar uma rotina utilizando elementos de volume.
- Criar uma rotina utilizando elementos discretos.
- Promover a modelagem em 3D.
- Confrontar o resultado do modelo 2D com o de outros software.
- Avaliar a influência da extração de calor nas propriedades mecânicas do material.

REFERENCIAS

- [1] BOREIRA, A. P. **Análise numérica e experimental da da solidificação das ligas Al 3,5%Cu e AA356**. Dissertação de mestrado (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-Rio Grande do Sul, 2002.
- [2] RODRIGUES, F.S.; SIQUEIRA, C.; COSTA, A. L. M.; VAZ, J.R.P. **Estudo numérico da solidificação axial do sistema Al-Si em lingoteira com geometria cilíndrica**. In: 18º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais. Porto de Galinhas, Recife-PE, 2008
- [3] MELO, M.L.N.M. et al. **Simulação numérica da solidificação com fluxo de calor radial**. In: 17º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais. Foz do Iguaçu, Rio Grande do Sul-RS, 2006.
- [4] FLOOD, S.C.; HUNT, J.D. – **Applied Scientific Research**, v. 44, p.27-42, 1987.
- [5] GARCIA, A, **Solidificação: fundamentos e aplicações**, Unicamp, Editora da UNICAMP, Campinas-SP, 2001
- [6] JUNIOR, C. R, **Modelagem Matemática, Simulação e Otimização do Processo de Solidificação**. Tese de Doutorado (Doutorado) – UNICAMP/FEM/DERMA, Campinas, 1988.
- [7] QUARESMA, J.M.V., **Correlação entre as condições de solidificação, microestrutura, e resistência mecânica**, Teses de Doutorado (Doutorado) - UNICAMP/FEM/DERMA, Campinas, 1999.
- [8] KURZ, W., bezençon, C.& Gaumann, M., “Caolumnar to Equiaxed Transition in Solidification Processing”, **Science and Technology of Advanced Materials**, V.2, pp. 185-191, 2001.
- [9] SPIM Jr., J.A. & Garcia, A., “Numerical Analysis of Solidication of Complex Shaped Bodies: Coupling of Mesh Elements of Different Geometries”, **Materials Science & Engineering A**, V. 277, pp. 198-205, 2000.
- [10] SANTOS, C.A., Spim Jr., J.A., & Garcia, A., “Modeling of Solidification in Twin-Roll Strip Casting”, **Materials Processing technology**, V.102, pp. 33-39, 2000.
- [11] STEFANESCU, D.M., “Methodologies for Modeling of Solidication Microstructure and Their Capabilities”, **ISIJ International**, V.35, N.6, pp. 637-650, 1995.
- [12] SOKEI, C.R., **Análise da Influência da Espessura de Parede do Molde na Cinética de Solidificação de Metais em Moldes Cilíndricos Maciços**, Tese de Doutorado (Doutorado), UNICAMP/FEM/DERMA, Campinas, 1984.
- [13] METALS HANDBOOK – Casting, **ASM Internacional**, V.15, Metals Park, OH, 1998.