UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
PLANO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE MATEMÁTICA

WESLLEY RESPLANDES SOUZA

LER PARA APRENDER EQUAÇÕES

SANTANA DO ARAGUAIA/PA
2020

WESLLEY RESPLANDES SOUZA

LER PARA APRENDER EQUAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará para obtenção do título de Licenciado em Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Barros Ripardo

SANTANA DO ARAGUAIA/PA
2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Engenharia do Araguaia da Unifesspa

Souza, Weslley Resplandes
Ler para aprender equações / Weslley Resplandes Souza; orientador, Ronaldo Barros Ripardo. — Santana do Araguaia, PA: [s. n.], 2020.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), Instituto de Ciências Exatas, Curso de Licenciatura Plena em Matemática, Santana do Araguaia, 2020.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Estudantes do ensino fundamental. 3. Leitura – Estudo e ensino. 4. Aprendizagem. 5. Metodologias. I. Ripardo, Ronaldo Barros, orient. II. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. III. Título.

CDD: 22. ed.: 510.7

Elaborada por Lisnéa de Oliveira Gomes - CRB2/1684

UNIFESSPA | Faculdade de Matemática

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIENCIAS EXATAS
FACULDADE DE MATEMÁTICA

ATA DE DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO (TCC) EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

A Banca Examinadora da Monografia do Trabalho de Conclusão de Curso, (TCC), do discente **WESLLEY RESPLANDES SOUZA** do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, intitulado: ***Ler para aprender equações***, constituída pelo orientador Professor Dr. Ronaldo Barros Ripardo, tendo como membros, o Professor Me. Raimundo Mangabeira da Silva Neto e o Professor Me. Josiel Oliveira Batista, reuniram-se nesta data, 13/02/2020, às 10h30min, no Instituto de Engenharia do Araguaia (IEA) – Unifesspa para avaliar publicamente a Monografia do Curso. A Banca ora constituída, considerou o trabalho:

RESULTADO: APROVADO [X] REPROVADO [ ]

Atribuindo o conceito Excelente

Este conceito está vinculado ao atendimento às alterações solicitadas pela banca examinadora, descritas abaixo, e verificadas pelo orientador.

ALTERAÇÕES NECESSÁRIAS:

- Correções textuais gramaticais
- Inserir imagens visuais da apresentação no texto escrito.
- Substituir alguns dos autores.

Marabá (PA), 13 de fevereiro de 2020.

Professor Dr. Ronaldo Barros Ripardo
Presidente da Banca Examinadora

Raimundo Mangabeira da S. Neto.

Me. Raimundo Mangabeira da Silva Neto
Membro da Banca Examinadora

Professor Me. Josiel Oliveira Batista
Membro da Banca Examinadora

À minha família, em especial a minha mãe que
sempre sonhou comigo por estes momentos.
Aos meus colegas de trabalho, que sempre me
ajudaram e incentivaram para seguir avante, meu
carinho, apreço e minha gratidão.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, que me deu vida, graça e força para chegar até aqui, os caminhos foram dolorosos por alguns momentos, percas familiares, dificuldades financeiras, mas o Senhor me sustentou e me deu sua misericórdia. A Ele toda honra, gloria e louvor.

A minha família que esteve me apoiando, estando perto ou longe, as palavras sempre foram: avante! Força! Você e especial! Você vai conseguir! Deus é com você! E a mais linda de todas que sempre enchia de animo, eu amo você!

Minha mãezinha Vaneyde Resplandes, a senhora deu o seu melhor, a senhora foi incrível, te amo muito minha rainha guerreira!

Meus familiares, na pessoa da minha avó Valdivina Resplandes pelas orações e apoio na cidade onde fiz este curso, minhas tias, tios e primos por estar sempre próximo participando comigo de momentos difíceis me alegrando com suas histórias miraculosas(risos).

A você minha prima Belair Resplandes (In Memoria), esteve comigo em várias atividades de extensão, me deu tantas dicas, me alegrou com sua presença, e estava tão ansiosa pra minha formatura, infelizmente Deus levou pro céu e hoje você está ai vendo que eu consegui, e com certeza está vibrando ao lado do nosso Pai celestial, saudades eternas prima do açaí.

A minha equipe de trabalho da Escola Ronan Fidelis de Melo, uma equipe que sempre me ajudou, incentivando e participando comigo das etapas e estágios, minha gratidão.

Aos amigos pela presença marcante e satisfação em estar junto sempre que precisei, vocês são incríveis!

Ao meu orientador Professor Dr. Ronaldo Ripardo pela paciência e ajuda nos momentos difíceis, palavras que vinham sempre na hora certa e por acreditar no meu potencial desde a sequência didática onde fui protagonista como o "o homem castanheira". Valeu, mestre!

Não poderia jamais deixar de agradecer a um professor incrível, Raimundo Mangabeira, nosso querido "Manga", que num momento de medo psicológico em apresentar seminários, ele foi lá e acreditou em mim, com poucas palavras soube me fazer um vencedor de desafios. Obrigado professor Manga, és um espelho pra mim e seu perfil de professor em sala de aula se parece comigo e isso me faz admirar ainda mais você.

Por mim a toda universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, que pelo PARFOR, abriu portas para eu realizar este sonho de ser matemático, a toda coordenação meu apreço e gratidão.

Por fim, aos meus colegas de sala de aula, momentos difíceis passamos juntos, apertos, brigas, mas como toda família isso terminava em alegria, juntos vencemos, obrigado galera show!

Como diz a Bíblia sagrada, em 1º Samuel, Cap.7, vers. 12: “Até aqui nos ajudou o SENHOR!”

RESUMO

RESPLANDES, W. *Ler para aprender equações*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Santana do Araguaia, 2020.

Esse trabalho é produto de uma pesquisa de campo envolvendo o ensino de equações explorando-se a leitura. Teve como objetivo compreender as características da aprendizagem matemática a partir de atividades com foco na interpretação textual e resolução de problemas. A produção de dados ocorreu a partir da aplicação de uma sequência didática com alunos do ensino fundamental, séries finais, utilizando o paradidático Joãozinho no país da Álgebra. Os resultados apontam que a atividade de apresentar justificações para as respostas das situações problemas é produtiva para a aprendizagem de conceitos algébricos, como o de equações. Além disso, a proposta metodológica de abordagem deste conteúdo se mostrou efetiva para aperfeiçoar habilidades matemáticas dos alunos.

Palavras-chave: Leitura. Crença-afirmação. Justificação. Equação.

ABSTRACT

RESPLANDES, W. *To read for to learn equation*. Final Paper at College (Ungraduate Course) – Institute of Exact Sciences, Federal University of the South and Southeast of Pará, Santana do Araguaia, 2020.

This monography is derivate of a research concerning the teaching of equation exploring it the reading. It has as goal to understand the characteristics of the mathematical learning based on activities focused in textual interpretation and solving problems. The data production occurred from application of a didactic sequence with students of the elementary school using the "Joãozinho in country of the Algebraic" paradidatic book. The results show that the activity of to use justification to answers of the mathematics problems is productive to learning of algebraic conceptuals, as equations. Like this, the methodological approach of teaching this topic is effective to improve mathematical skills of the students.

Key-words: Reading. Belief-affirmation. Justification. Equation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Concepções de álgebra 16
Figura 2: Esquema de tendências da Educação algébrica 17
Figura 3: Produção da crença-afirmação 22
Figura 4: Trecho do capítulo enchendo garrafas. 27
Figura 5: Trecho do capítulo enchendo garrafas. 29
Figura 6: Crença inicial da dupla 3. 32
Figura 7: Crença final da dupla 1. 32
Figura 8: Crença inicial dupla 2. 33
Figura 9: Crença inicial dupla 3. 34
Figura 10: Crença inicial da dupla 3. 35
Figura 11: Justificativa dupla 1. 35
Figura 12: Resposta prevista...36
Figura 13: Resposta prevista...37
Figura 14: Justificativa dupla 3. 37
Figura 15: Resposta inicial dupla 1. 38
Figura 16: Justificativa dupla 1. 38
Figura 17: Crença final da dupla 1. 39

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13
2 REFERENCIAL TEÓRICO 15
2.1 CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA 15
2.2 ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA 23
3 MATERIAIS E MÉTODOS 26
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 31
4.1 SITUAÇÃO PROBLEMA 1 31
4.2 SITUAÇÃO PROBLEMA 4 33
4.3 SITUAÇÃO PROBLEMA 5 34
4.4 SITUAÇÃO PROBLEMA 7 36
4.5 SITUAÇÃO PROBLEMA 9 37
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 41
REFERÊNCIAS 42
APÊNDICE 1: Sequência didática “Ler para aprender equações” 43
ANEXO 1: Joaozinho no País da Álgebra 48
ANEXO 2: Episódio “Enchendo e secando garrafas” (Obra Joãozinho no País da Álgebra) 49

1 INTRODUÇÃO

A abordagem do ensino de matemática à leitura foi a opção pelo desenvolvimento da pesquisa de campo que deu origem a este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), desenvolvida por meio de uma sequência didática realizadas com os alunos dos anos finais do ensino fundamental. A opção por este tema se deu em virtude de em nossa prática cotidiana como professor, observamos então as dificuldades dos alunos com temas da álgebra, como para diferenciar as letras sendo representações matemáticas ou apenas nomenclatura.

Lins e Gimenez (1997) afirmam que talvez a melhor perspectiva para o século XXI, seja aquela que nos permita viver em um mundo de transformações constantes e rápidas. Em vez de conteúdos apenas, é preciso desenvolver a capacidade para aprender e compreender. Essas transformações que permitimos acontecer, não devem, portanto, estarem presas a fórmulas e regras existentes nos teoremas, mas desenvolvendo a capacidade de aprender e compreender torna mais aceitável a forma de expressar a justificativa produzida por meio do conhecimento.

Desse modo, o conhecimento adquirido pelo aluno na compreensão do que é, e qual o papel das atividades algébricas até chegar no entendimento de igualdades ao ponto de equações tenha possibilidade de que poderá ser capaz de utilizá-las na prática ou em outras circunstâncias. Esse aprendizado acontece de forma contínua e progressiva e requer ferramentas que possibilitem seu desenvolvimento. Dessa forma, torna necessário que o professor utilize metodologias diferenciadas como contribuintes essenciais nesse processo de aprendizagem.

Como objetivo de pesquisa, queremos compreender as características da aprendizagem matemática a partir de atividades com foco na interpretação textual.

São objetivos específicos:

- Analisar a produção de crenças afirmações iniciais em estratégias de leitura envolvidas na resolução de situações problemas;
- Descrever em como as justificativas produzidas para as crenças afirmações podem promover o aperfeiçoamento de habilidades do pensamento algébrico.

Foi feita uma intervenção por meio de uma sequência didática, a partir do livro paradidático “Joãozinho no país da Álgebra”. As atividades estimulavam os alunos à interpretação do texto e resolução dos problemas, justificando sempre esses modos de resolução.

O trabalho encontra-se estruturado conforme descrição no parágrafo seguinte.

O segundo capítulo discorre sobre o referencial teórico, discutindo algumas concepções de álgebra, dentre outros tópicos, tendo como referências: Lins e Gimenez (1997), Usiskin, Shulte, Booth, Kieran, Schoen, Lochhead e Holdan (1995). O terceiro capítulo descreve o método empregado na pesquisa. No quarto capítulo são apresentados os resultados e discussão. Por último, apresentamos as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

É importante propor um ensino que avance no modo de compreensão e transformação da realidade no qual o cidadão se encontra inserido. Uma inserção que deve ocorrer de modo inteligente e crítico, sendo que a escola pode ampliar sua prática pedagógica numa vertente de abordagem da realidade. Neste processo, vale pensar sobre qual o papel do ensino de álgebra.

Assim, esta fundamentação teórica traz reflexões e discussões acerca do ensino de álgebra. Para além do objetivo desta pesquisa, poderá agregar àquelas desenvolvidas pela escola, ou mais diretamente pelo professor de matemática.

Ao conseguir despertar no aluno o interesse pelo estudo crítico e criativo de matemática, com ênfase nos saberes algébricos, a escola estará dando passos importantes na formação do cidadão que tenha condições de interagir melhor em uma sociedade que se encontra em permanente transformação, uma transformação que deve incluir cada cidadão.

2.1 CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA

O estudo de álgebra é um importante componente do saber matemático. Nesse processo, o ponto de partida pode ser a integração dessa área com problemas envolvendo aritmética, no qual as quatro operações também estejam presentes.

Mac Lane e Garret (1967, p.1) afirmam que:

> A álgebra começa como arte de manipular somas, produtos, potências e números. As regras para essa manipulação valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representem números [...] Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como adição e a multiplicação.

Algumas concepções são descritas por Usiskin (1995), tais como:

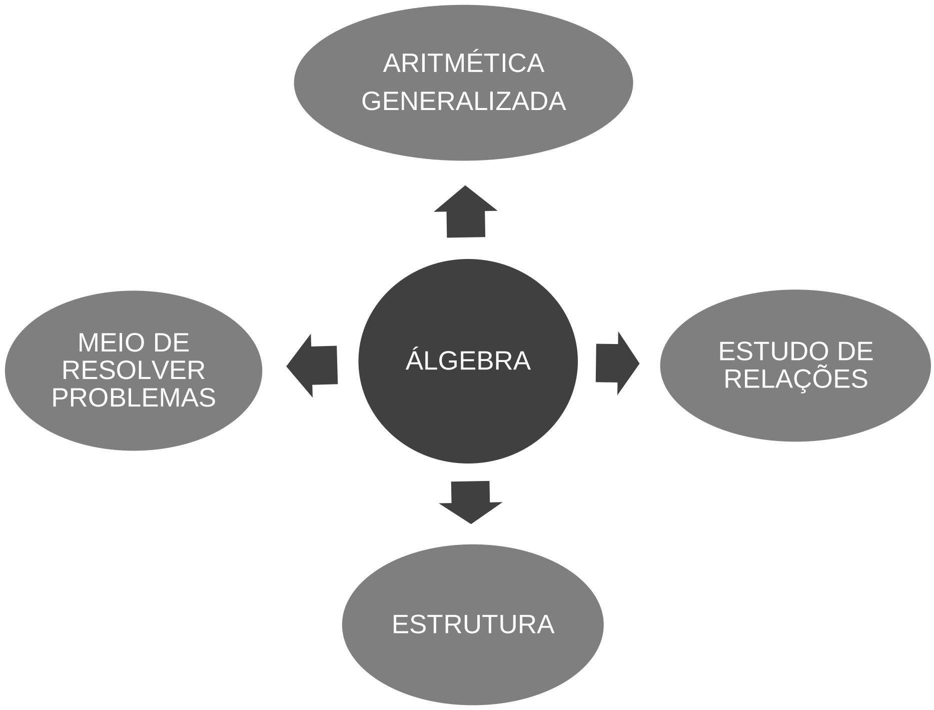


Figura 1: Concepções de álgebra
Fonte: Adaptado de Usiskin (1995)

Para Kyeran (1995), a álgebra muitas vezes é chamada de aritmética generalizada, onde as operações aritméticas são generalizadas envolvendo variáveis. No entanto, os símbolos de operação da aritmética nem sempre têm o mesmo significado na álgebra. Essa é uma das principais diferenças entre aritmética e a álgebra. Exemplo: na equação 2x+5=13, o símbolo de adição não significa que os termos numéricos dados no primeiro membro, 2 e 5, devam ser somados. A menos que conheçamos o valor numérico de 2x, o símbolo de adição dessa equação significa que se deve subtrair 5 de 13. Todavia, não é incomum que alguns alunos entendam que 2x+5=7x, pois, geralmente, a primeira ideia que o aluno vai ter é de somar uma parcela à outra. No entanto, nesse caso a álgebra não se define como aritmética generalizada.

Partindo daí temos agora as concepções de Lins e Gimenez onde eles fazem uma abordagem crítica baseando numa forma de compreensão da álgebra como uma forma diferente de educação algébrica para o século XXI.

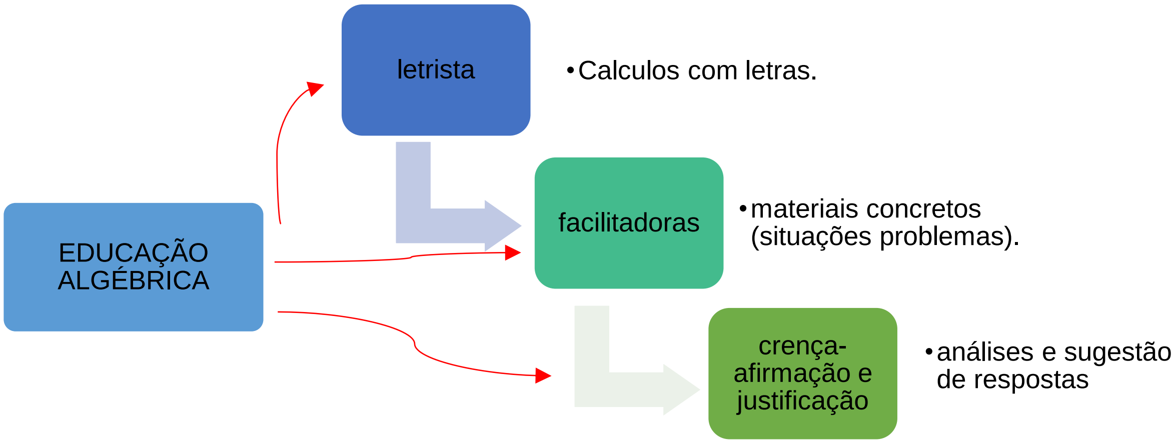


Figura 2: Esquema de tendências da Educação algébrica
Fonte: Adaptado de Lins e Gimenez (1997)

Na resolução de problemas algébricos, podem ser usadas letras para representar um valor desconhecido. O aluno ao resolver a expressão, encontra o valor representado pela letra, como no exemplo 3x -11 = 19. Nisso, saber somar, subtrair, multiplicar e dividir, auxilia na compreensão do desenvolvimento dessa expressão.

Booth (1995), ainda afirma que na aritmética o foco principal é encontrar respostas numéricas, no entanto na álgebra, o foco é o estabelecimento de expressões com letras e a manipulação da própria afirmação geral. Muitos alunos não percebem isso e continuam achando que devem dar uma resposta numérica.

Portanto a aritmética se difere da álgebra, pois na aritmética a solução sempre é um número e na álgebra pode acontecer de a solução não ser um número e sim um 15 número que multiplica, adiciona, subtraia ou até mesmo dividida por uma letra (incógnita).

Este processo de resolução de problemas se apresenta como um elemento que pode integrar o estudo da álgebra com a aritmética, pois tanto os números quanto as letras estão presentes nessa expressão que exige conhecimentos básicos das operações fundamentais (MARTINS 2009).

Um questão interessante é dita por Usiskin (1995, p.11),

> Muitos alunos acham que todas as variáveis são letras que representam números. Contudo os valores assumidos por uma variável nem sempre são

> números, mesmo na matemática do segundo grau. [...] os alunos também tendem a acreditar que uma variável é sempre uma letra.

O papel do professor é essencial para superação dessa percepção, pois auxilia a integração do saber que o aluno já possui com o saber formal apresentado nas concepções propostas pela álgebra. Isso para haja continuidade no desenvolvimento da aprendizagem do educando. Também nessa concepção de álgebra, as orientações principais para o aluno são traduzir e generalizar, essas são técnicas importantes tanto para álgebra como para aritmética.

Aquilo que o aluno traz de conhecimento para a escola pode ser integrado e valorizado. Sua crença pode ser um importante elemento para que ele possa justificar seu raciocínio, pois são conhecimentos esses que completam informações importantes nas quais servem de base para ampliação do conhecimento e reforçando o entendimento algébrico.

Para Booth e Hart (1983), a importância da utilização por parte dos alunos, de seus próprios métodos, ou seja, de seus próprios conhecimentos informais precisam perceber a necessidade deles, requerendo que o professor reconheça que o aluno pode sim dispor de um próprio conhecimento para um dado tipo de problema e que seja valorizado esse método e reconhecido.

A álgebra, seguindo essa lógica de valorização dos saberes dos alunos, pode auxiliar na descoberta de métodos na resolução de problemas, como este: “um número somado com 5 resulta 12, qual é esse número?”.

Para resolver o problema acima, o aluno orientado pelo professor, segue etapas lógicas, e que o passo a passo trilhe caminhos até que se chegue ao resultado desejado.

Em um processo metódico de ensino aprendizagem da álgebra, Lins e Gimenez(1997) começam essa discussão pelas tendência letristas. Questionam que para muitos a atividade algébrica se resume em um cálculo com letras. Eles acrescentam que essa concepção é tradicional inclusive no Brasil, e que essa prática não se baseia em investigação ou reflexão de qualquer natureza ou profundidade na educação algébrica.

A tendência letrista é preocupada com a linguagem algébrica como meio de expressão, e não só com as diversas técnicas aplicadas, sendo isso mais um aspecto chave dessa abordagem. Ainda numa concepção letrista incorporada a outros elementos, os autores encontram propostas que afirmam que a capacidade para trabalhar com expressões literais vem por abstração, por intermédio de situações concretas.

De acordo com Lins e Gimenez (1997) são inúmeros exemplos dessas abordagens, sendo algumas até populares. Desse modo, preferem chamar essas abordagens de facilitadoras, não em um sentido muito otimista para amenizar a tragédia que tem sido o ensino-aprendizagem nas escolas, principalmente por substituir a prática letrista tradicional por algo mais agradável.

Sobre essas abordagens facilitadoras Lins e Gimenez (1997, p.108) afirmam que:

> As abordagens facilitadoras baseiam-se, então, na ideia de que uma certa estrutura que é posta em jogo na manipulação de "concretos" e depois, por um processo de abstração, transformada em "formal". [...] apenas pelo fato de acreditarem que o que se dá no "concreto" é alguma forma implícita que se dá no "formal".

Diante dessas abordagens, uma outra leitura da atividade algébrica é feita por Lins e Gimenez (1997), onde afirmam que, precisamos entender de que modo a aritmética e a álgebra se ligam, o que elas têm em comum.

Foi neste sentido e outros mais que o educador russo V.V Davydov formulou um importante ponto com relação à atividade algébrica e às relações quantitativas (LINZ e GIMENEZ, 1997). É importante destacar que o autor estabelece o fato de que para ser capaz de resolver o mais simples dos problemas aritméticos, a criança precisa lidar de forma tematizada ou não, com as relações quantitativas envolvidas

Partindo daí, é essencial estabelecer a distinção entre o genérico e generalizado. Uma situação generalizada acontece quando os alunos tendem a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares, já a genérica acontece quando tratamos daquilo que é geral em uma situação sem intermediação de casos particulares.

Lins e Gimenez (1997, p.115) expressam exemplos não matemáticos, quando pensamos assim:

> Quando olhamos para nuvens no céu, por exemplo, para tentar saber se vai ou não chover, e que tipo de chuva seria, tempestade ou chuva calma, não recorremos explicitamente a nossa experiência anterior com nuvens, embora

> essa seja em geral relevante. Essa experiência se transforma em regras praticamente (na prática) independentes de casos anteriores, e nossa intenção é diretamente focada em comparar nuvens de agora, não com as que já vimos antes, mas sim com as regras: nuvens escuras=grande probabilidade de chuva.

Em um outro exemplo, Davydov (LINS e GIMENEZ, 1997) consegue extrair um raciocínio de lógica de operações, quando acredita que as crianças implicitamente estão lidando com sentido próximo ao de número. Ele ainda afirma que as crianças produzem significados para as expressões, mas não são um significado numérico e que tantos os alunos como o autores acreditam que o significado das expressões está correto.

Davydov (apud LINS e GIMENEZ, 1997) afirma que há um núcleo em relação ao qual um significado é produzido para cada uma das expressões, reconhecendo a legitimidade se reportar ao núcleo e que também legitima as demais afirmações.

Segundo Lins e Gimenez (1997, p.121) na base dessa abordagem está a noção de que para uma afirmação é possível produzir distintos significados, o que implica que não basta que os alunos enunciem as mesmas afirmações, para nós continua sendo necessário investigar os significados produzidos. Isso derruba de forma categórica as posições letristas, e revela que as posições facilitadoras ignoram o fato de que produtos notáveis como áreas e como manipulação simbólica guardam em comum apenas o texto da afirmação, mais não dá justificação, onde torna sua enunciação legítima.

O que aponta com veemência a abordagem de Davydov é que existe uma diferença entre resolver problemas generalizados e falar sobre as características genéricas de uma dada situação, ou seja, a palavra que se encaixa como chave é falar. Portanto a principal característica proposta por Davydov em uma situação proposta é que falem sobre aquela situação.

Partindo daí, ele aplica um exemplo a partir de uma situação hipotética de tanques de água. Seria pedido aos alunos falar sobre situação usando a afirmação sobre o que presenciaram no exemplo, ou seja, os alunos usariam a crença afirmação, onde anunciariam algo que acreditam ser correto. Em seguida perguntaria, o que garante que vocês sabem que podem dizer essas afirmações? Podemos então imaginar várias justificações descritas pelos alunos, descrições essas baseadas nas sua crença, no seu raciocínio lógico e operacional.

Das afirmações Lins e Gimenez (1997) perceberam que alguns casos tem o mesmo conhecimento, mais se analisarmos as justificações os autores perceberam que isso não é verdade. Dessas análises onde perceberam os erros, Lins e Gimenez frisa que podem ser por vários fatores, seja pela lógica de operações distintas, pelos objetos em jogo, ou até mesmo que possa ser que o desenho esteja muito impreciso.

Temos então dois pontos importantes, primeiro que na atividade de Davydov é possível produzir significados distintos para uma mesma crença afirmação, que mostra que é preciso conhecer esses significados. Segundo, a produção dos significados envolve núcleos e lógicas das operações realizadas (LINS e GIMENEZ, 1997).

Sobre a abordagem de Davydov no campo das comparações entre letristas e facilitadoras, afirma que:

> Por um lado fica claro que tano as abordagens letristas quanto as facilitadoras estão cada uma do seu modo profundamente equivocadas. As letristas por ignorarem completamente que os textos em letras não carrega em si significado algum, e que este resultado e produzido em relação a um núcleo e que via de regras muitos significados possíveis; todo calculo com letras está subordinado a uma lógica das operações e essa lógica imprime características particulares as possibilidades desse cálculo. As facilitadoras por ignorarem que a passagem de um campo semântico [..]um segundo aspecto e que as abordagens facilitadoras ficam agora expostas no que tem de perverso[...]os alunos ficam à mercê de adivinhar o que está acontecendo e o professor fica incapaz de intervir de maneira eficaz (LINS, 1997, p. 131-132).

Dessa maneira fica visível que as abordagens se chocam e aos mesmo tempo emergem para uma nova posição, onde o aluno pode manter essa propriedade de conhecimento, de constituir objetos e renunciar às formulações tradicionais. Vale ressaltar que essas proposições podem não ser verdadeiras, se a pessoa que anuncia tem direito a esse conhecimento, ou seja, um conhecimento por acaso.

Observe a nova noção de conhecimento e como ela resolve os problemas:

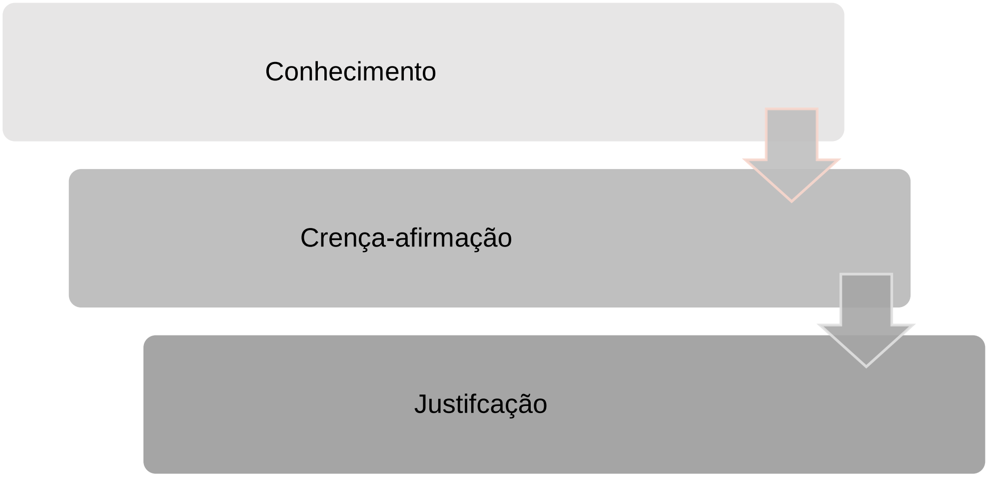


Figura 3: Produção da crença-afirmação
Fonte: Adaptado de Lins e Gimenez (1997)

Lins e Gimenez (1997, P.141) exemplificam assim: 2+3=5, se eu juntar dois dedos com três dedos, tenho cinco dedos. Isso é um conhecimento.2+3=5 é a crença-afirmação. Se junto dois dedos com três dedos, tenho cinco dedos, é a justificação.

A justificação é o que garante para o sujeito do conhecimento de onde ela é integrante, que ela pode enunciar a crença-afirmação.

Por fim, entendemos que o fato de que o sujeito produz um conhecimento, indica que a legitimidade de sua enunciação (crença-afirmação) está garantida.

Tomamos, portanto, agora o ponto de partida de como apresentar um problema envolvendo álgebra, mais ainda, observando como o aluno vai entender as letras nos problemas, bem como se ele vai generalizar na sua resolução usando a crença-afirmação e se sua justificativa dará legitimidade ao seu conhecimento.

Nesse processo, o professor ao apresentar os conteúdos de álgebra para os alunos, orienta para o entendimento dos algoritmos, tomando como ponto de partida orientações básicas sobre como formalizar o enunciado de cada situação-problema. Ao aprender a generalizar as questões, o entendimento para resolvê-las poderá ir surgindo naturalmente, de forma que os conceitos algébricos são construídos gradualmente. Assim, partindo de questões que os alunos conhecem, eles vão identificando regularidades que se apresentam como suportes cognitivos para a resolução de diversas outras situações-problema que são exigidos nos estudos de álgebra.

As diferentes concepções de álgebra relacionam-se com os diferentes usos das variáveis. Usiskin (1995) faz um resumo sobre seus conceitos simplificado dessas relações:

Concepção de álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadores de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnita, constantes (resolver, simplificar)
Estudos das relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrário no papel (manipular, justificar)

Quadro 1: Concepções de álgebra.
Fonte: Coxford e Shulte (1995)

Usiskin (1995) consegue cristalizar algumas questões importantes no ensino aprendizagem de álgebra, aplicando as concepções que se alteram com as aplicações da matemática. Portanto não pode se classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso, ela continua sendo não apenas o veículo para a resolução de certos problemas, mas ela também fornece meios para desenvolver, analisar, caracterizar e compreender as estruturas matemáticas.

2.2 ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

Ensinar e aprender álgebra significa utilizar os diferentes conjuntos numéricos numa perspectiva de que os conceitos relacionados às quatro operações estão presentes durante a solução das diversas situações-problema.

Nos estudos que envolvem álgebra, letras e números se integram de modo dinâmico, nisso ampliando o entendimento do aluno que passa a compreender que letras podem ser usadas para representar números desconhecidos e pode representar também qualquer número que pertence a um determinado conjunto numérico.

Para Booth (1995), a álgebra “é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos, e um dos fatores é que os mesmos acham álgebra difícil.

Mas porque aprender álgebra é tão difícil? Como uma letra pode representar um determinado número? Para descobrir isso e necessário investigar e identificar os tipos de erros mais comuns entre os alunos nesse tópico. Para tais soluções existem as propriedades das operações matemáticas que auxiliam no processo ensino aprendizagem de álgebra. São elas: associativa; comutativa; elemento neutro; número oposto; distributiva. Tais propriedades podem ser utilizadas na resolução de situações-problema dentro do conjunto dos números reais, em que as letras x, y e z podem representar qualquer número real.

Nesse sentido, o ponto de partida para o ensino e aprendizagem de álgebra pode ser o ensino de expressões algébricas. Nele, o aluno poderá compreender que uma expressão é um conjunto de operações matemáticas que ocorrem com números e quando é inserida uma letra ela passa a representar um valor desconhecido (incógnita) essa expressão denomina-se expressão algébrica. Assim cada expressão algébrica passa a se denominar de acordo com a quantidade de termos: monômios, polinômios.

Logo, o aluno, em diálogo permanente com a matemática e mediado pelo professor compreende que as expressões representadas por monômios e polinômios são elementos que pertencem à álgebra à medida que são formados por números e letras ou apenas letras e que cada uma delas representa um valor desconhecido, isto é, denomina-se de incógnita. Nisso, o valor desconhecido representa um determinado número de um universo numérico (BRASIL ESCOLA, 2020).

Por fim, Holdan (1995) afirma que para o aluno dominar uma habilidade algébrica é necessário exercitar muito para que consiga o planejamento da álgebra que é a prática contínua.

As equações são uma forma de expressões algébricas em razão de apresentaram um sinal de igualdade. Elas representam um saber matemático que se relaciona, isto é, que apresentam números e letras mediados por um sinal de igualdade. Ao usar a igualdade como parâmetro, a solução é encontrada a partir da descoberta do valor numérico da incógnita. Como exemplos de equação, temos que:

a) $3x – 9 = 0$; b) $5x – 5 = 4x + 10$; $x^2 – x + 1 = 0$ e $6x – 4 = 8$.

O universo das funções pertence também ao espectro da álgebra porque a função apresenta um valor desconhecido e que cada função relaciona cada elemento de um conjunto a um único elemento de um outro conjunto.

Essa relação entre os elementos de uma função se integra à ideia de expressão algébrica à medida que ela possui uma igualdade e integra as incógnitas nesse processo algébrico.

Quando se compara uma equação com uma função se compreende que a equação relaciona uma incógnita a um número fixo ao passo que o papel da incógnita na função é representar um determinado conjunto numérico. Nessa dinâmica algébrica, as incógnitas recebem o nome de variáveis em razão delas poderem assumir qualquer valor dentro do conjunto que elas representam.

Assim, como corpo da álgebra e que envolvem expressões algébricas, uma função se integra ao universo algébrico em razão de as letras representarem um determinado conjunto numérico (BRASIL ESCOLA, 2020).

Ao ensinar álgebra o professor trabalha conceitos algébricos integrados aos dos números naturais, números inteiros e racionais e irracionais, reais e números complexos. Tudo isso compõe o conjunto de saberes que os alunos devem compreender e utilizar na solução de inúmeros situações-problema que surgem no cotidiano e que o importante nesse processo é que o aluno goste de estudar e aprender matemática (PCN, 1997).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esta pesquisa tem a abordagem qualitativa com objetivo geral analisar as dificuldades encontradas pelos alunos de ensino fundamental e médio em resolverem situações problemas utilizando expressões algébricas.

A pesquisa de campo foi desenvolvida com alunos do 9° ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Ronan Fidelis de Melo localizada na Rua C 8 S/Nº no bairro Capuava II em Redenção – Pará. Vale destacar que a Escola Ronan Fidelis de Melo é uma escola de zona periférica e atende alunos que possui baixo índice socioeconômico, mas a instituição oferece condições razoavelmente satisfatórias de ensino aos alunos que nela estudam.

A produção de dados consistiu em uma intervenção pedagógica organizada por meio de sequência didática. Trata-se de um procedimento educativo que amplia as possibilidades de aprendizagem dos educandos diante de atividades propostas que os desafiam, a partir de um tema matemático.

Numa sequência didática, seu propósito enquanto meio de aprendizagem é a busca do desenvolvimento e melhoria do aprender de cada aluno. Nessa dinâmica de estudo no qual este educando se torna protagonista, há uma lógica interna que direciona o conteúdo em estudo buscando uma convergência de saberes.

A sequência didática foi elaborada a partir da obra 'Joãozinho no país da Álgebra'[1], dividida em 5 módulos:

- Modulo 1: Interpretação do texto
- Modulo 2: Resolução de problemas
- Modulo 3: Elaboração da definição
- Modulo 4: Compreensão da técnica de resolução
- Modulo 5: Exercícios e atividades de fixação

No Modulo 1, "Interpretação do texto", foi apresentada a obra à turma.

No Modulo 2, "Resolução de problemas", foram trabalhadas as situações problemas, na qual a dinâmica era que as duplas respondessem as questões (resposta inicial) e em seguida justificasse (justificativa inicial) o porquê da resposta

[1] O livro é produto de atividades de ensino desenvolvidas em disciplinas do curso de Matemática (licenciatura) do projeto 'Escrever bem para aprender matemática'. O uso da obra se insere em um segundo projeto, 'Ler para aprender matemática", em que explora os episódios por meio de atividades diversificadas, com foco na interpretação textual e argumentação, para promover a aprendizagem do discurso matemático escolar.

que davam. Em seguida, após apresentação da resposta para toda a turma e discussão com os demais, poderiam refazer a resposta (segunda resposta), caso achassem que necessitaria, apresentando nova justificativa (segunda justificativa). Somente após esse período é que a resposta era dada para toda a turma e poderiam conferir se sua segunda resposta estava afinada com a dada pelo professor. A essência das situações problemas era omitir uma parte da estória para que os alunos pudessem inferir o que não estava visível. As parte omitidas eram todas sobre raciocínios matemáticos.

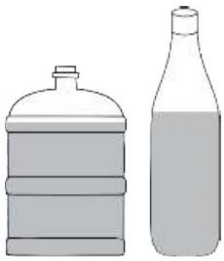
O ponto de partida para a criação das situações problemas era a seguinte situação, presente no capítulo “Enchendo e secando garrafas”.

Joãozinho e seus colegas estavam felizes, comentavam tudo que já tinham aprendido no país da álgebra, quando entram na sala os professores X e Y.

— Como estão todos? Animados para mais uma viagem pela álgebra?

Após alguns minutos conversando com os alunos, os docentes deram início ao estudo do assunto do dia.

— Observem estas duas garrafas — disse a professora X apontando para a lousa.



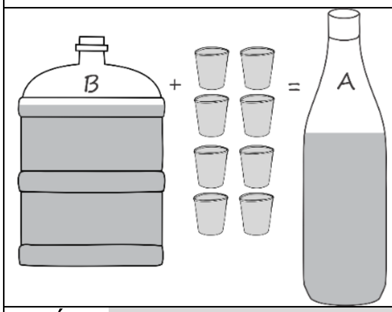
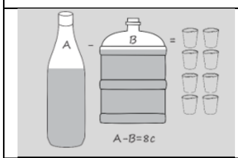
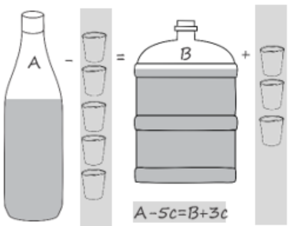
— Estas duas garrafas podem armazenar a mesma quantidade de água. Porém, no momento, cada uma delas possui uma quantidade distinta. Para encher a da esquerda é preciso mais 18 copos de agua. Para encher a da direita são necessários mais 10 copos.

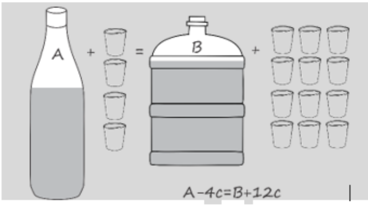
— O que vocês podem falar sobre esta situação? — perguntou o professor Y.

Figura 4: Trecho do capítulo enchendo garrafas.
Fonte: Ripardo (2017)

Foi colocado siglas no decorrer da sequência didática, onde SP significava situação problema e eram numeradas por sequência de 1 a 9.

Nos trechos do cartão resposta parte do texto era retirado para que os alunos respondessem de acordo com seu raciocínio. Abaixo ela está grifada como no cartão resposta respondido.

Texto	Situações Problemas
— Ora, Joãozinho, porque se faltam 18 copos de água para encher a garrafa da esquerda, mesmo acrescentando-lhe mais quatro copos ainda vão faltar quatorze, enquanto que a da direita faltará dez copos de água. Portanto, a garrafa da direita ainda continuará com mais água do que a garrafa da esquerda! — explicou Antônio, bastante estudioso e muito interessado pelas aulas de matemática, mais do que em outras disciplinas.	SP1: Por que se colocar mais 4 copos de água na garrafa da esquerda ela ainda continuará com menos água do que a garrafa da direita?
— Antônio, você falou que se acrescentarmos 4 copos de água na garrafa “B” ela ainda continuaria com menos água do que a garrafa “A”. Sendo assim temos:	SP2: O que acontece se acrescentar-se mais 4 copos de água na garrafa “B”?
	SP3: Represente a compreensão de Marcos expressa nas linhas 61 a 63.
— É só retirar 1 copo de água da garrafa “B” e outro da garrafa “A”. Quando a água da garrafa “B” acabar ainda restarão 8 copos de água na garrafa “A”. Certo, professora? — indagou Antônio.	SP4: O que fazer para descobrir a quantidade desconhecida de água que uma das garrafas teria a mais que a outra?
	SP5: Represente o raciocínio de Joãozinho expresso nas linhas 96 e 97.
— Sim! — respondeu Marcos. — Se retirarmos 4 copos de água da garrafa “A”, ficarão faltando 14 copos de água para completá-la e, se acrescentarmos 4 copos na garrafa “B”, também faltarão mais 14 copos de água para enchê-la. Assim, temos que A-4c=B+4c.	SP6: Como Marcos demonstrou outra maneira possível de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água?
— Eu acho que está correto. — opinou Marcos. — como também acho que A-5c=B+3c. 	SP7: Qual teria sido a outra sentença expressa por Marcos?

 Figura 5: Trecho do capítulo enchendo garrafas. Fonte: livro Joãozinho no país da álgebra.	SP8: Qual a representação que Maria fez na lousa para a solicitação do Professor Y?
Joãozinho escreveu A-30c=B-22c. — Está correto? — perguntou a professora X dirigindo-se à turma. — Está — afirmaram os colegas de Joãozinho. — Por que? — indagou a professora. — Porque se a diferença entre A e B é 8, temos que 30-22=8. Portanto, A-30=B-22 — explicou Joãozinho.	SP9: Qual a explicação dada por Joãozinho para provar que A-30c=B-22c estava correta?

No Modulo 3, “Elaboração da definição”, os alunos foram levados a escreverem uma definição para o que seria uma equação.

O Modulo 4, “Exercícios”, consistiu na resolução na aplicação do algoritmo de resolução de equações.

Logo após a preparação e conclusão dessa sequência, fomos até a direção escolar para pedir a autorização para realizarmos a intervenção, onde junto com a coordenação pedagógica nos deu o aval para executar a sequência didática. Foi mostrado o projeto e adequamos aos horários sugeridos para darmos início a execução das atividades.

No dia proposto pela coordenação, fomos até a sala de aula da turma selecionada, e falamos sobre o projeto, apresentamos aos alunos o perfil geral das atividades que serão desenvolvidas nas próximas aulas, deixando-os cientes da natureza das atividades, que se diferencia um pouco das que estão habituados a realizarem. Para isso foi proposto o contrato pedagógico definindo, o termo de livre esclarecido e o termo de autorização onde os pais ou responsáveis devem assinar, caso esteja de acordo que os alunos participem das atividades, dentre outras questões foi informado que:

- As atividades seriam feitas, em sua maioria, em duplas e que era necessário que ambos discutissem o problema para tentar resolvê-lo;
- Que era de extrema importância que entendessem que a experiência em questão fazia parte da pesquisa de TCC e, por isso, era imprescindível que participassem com esmero;
- As respostas seriam sempre feitas em um cartão respostas e não no caderno, embora poderiam fazer anotações neste;
- O material produzido durante a aula seria recolhido ao final. Ou seja, só poderiam levar para casa ao final do projeto;
- A avaliação não seria feita considerando se as respostas para as atividades estivessem certas ou erradas, mas o interesse e a participação ativa deles do início ao final.

Iniciamos na semana seguintes a intervenção na turma do 9º ano “A”, após termos arquivados as autorizações dos responsáveis e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, bem como as fichas e encaminhamentos devidamente assinados pela direção escolar.

A sistematização dos dados originada com a aplicação das situações foi feita por base nas teorias estudadas, identificando os conhecimentos em cada situação problema. Nesta pesquisa interessou todas as respostas dos alunos, importando menos se eles acertaram ou erraram. O foco está nas respostas que deram.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo será feita a discussão dos resultados da atividade de pesquisa, descrevendo as situações problemas e as respostas junto com as justificativas dada pelos alunos. As respostas e justificações serão analisadas de acordo com o que as questões pedem, baseadas nas concepções do referencial teórico.

Teremos o resultado das discussões das questões 1, 4, 5, 7 e 9 que são representativas para a análise que iremos fazer.

4.1 SITUAÇÃO PROBLEMA 1

➢ **Por que se colocar mais 4 copos de água na garrafa da esquerda ela ainda continuará com menos água do que a garrafa da direita?**

A situação problema se constituía em perguntar aos alunos o que deveria ser feito colocando mais água comparando a quantidade das duas garrafas. O objetivo era levar os alunos a perceberem que para identificar se as duas grandezas são maiores ou iguais, é preciso primeiramente conhecer a quantidade de cada uma separadamente, e que essa quantidade final depende do que foi inserido ou tirado dentro de cada garrafa.

Para levar os alunos à esta percepção, chamamos sua atenção para as informações das linhas 08 a 25, página 1. Nesta parte tinha a informação de que a garrafa da esquerda precisaria de 18 copos de água, já a garrafa da direita precisaria de 10 copos, ou seja, precisaria colocar mais água na garrafa da esquerda do que na da direita.

Se faltam 18 copos de água para encher a garrafa da esquerda, mesmo acrescentando-lhe mais quatro copos ainda vão faltar quatorze, enquanto a da direita faltará dez copos de água.

Analisando a resposta inicial das três duplas, podemos perceber as respostas são um pouco genéricas, porque usam afirmações superficiais e algumas até com sentenças matemáticas, mais que não é compreensível aos que leem as respostas.

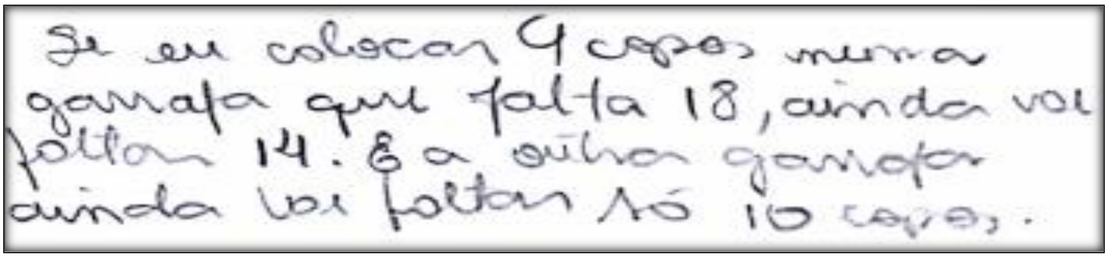

Se eu colocar 4 copos numa garrafa que falta 18, ainda vai faltar 14. E a outra garrafa ainda vai faltar só 10 copos.

Figura 6: Crença inicial da dupla 3.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática(2019)

Desta análise, Lins e Gimenez (1997) afirma que Davidov estabelece essa afirmação, o fato de que para ser capaz de resolver o mais simples do problemas aritméticos, o aluno precisa também lidar de forma tematizada ou não com as relações quantitativas envolvidas. Também pela análise dessas crenças iniciais, comparamos e verificamos que houve a compreensão baseada na crença e suas afirmações deixaram claras sua compreensão do problema.

Já na justificativa da situação problema, notamos que duas duplas as respostas foram semelhantes. Ambas afirmaram que colocando quatro copos de agua na garrafa da esquerda ainda assim a garrafa da direita terá mais agua. Já a terceira dupla usou também termos numéricos para justificar sua resposta, dando mais consistência a sua crença inicial.

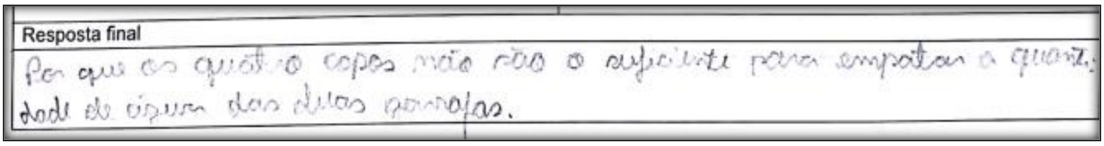

Resposta final
Por que os quatro copos não são o suficiente para empatar a quanti-
dade de água das duas garrafas.

Figura 7: Crença final da dupla 1.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática(2019)

A resposta final apresenta um raciocínio que começa a empregar termos mais voltados ao pensamento algébricos ainda que com palavras do vocabulário não matemático. O aluno usa o termo ‘empatar’ a quantidade de água das garrafas, que remete a ideia de igualdade. Esse tipo de noção também foi descrita por Kieran (1981, p.108) em uma abordagem feita por alunos onde participavam de 10 sessões de ensino-aprendizado onde ampliavam a noção de equação, incógnita e sinal de igualdade. Essa abordagem enfatizava a importância do sinal de igual como símbolo da relação de igualdade entre o primeiro e o segundo membro.

4.2 SITUAÇÃO PROBLEMA 4

A problemática nessa questão é descobrir um termo, ou no caso das garrafas, a quantidade desconhecida.

Vejamos a situação problema:

- **O que fazer para descobrir a quantidade desconhecida de água que uma das garrafas teria a mais que a outra?**

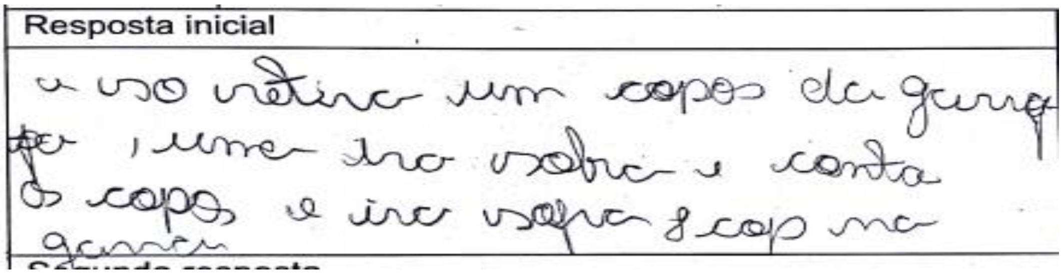


Figura 8: Crença inicial dupla 2.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática (2019)

Podemos perceber então na resposta inicial e dada pela lógica das operações, onde cada dupla analisou o objeto (água da garrafa) e deduziu que se tirar 1 copo de cada garrafa, um determinado momento uma iria acabar e a outra sobraria, e então era apenas contar a quantidade de copos que sobrara na garrafa.

A noção de equivalência começa a aparecer, mesmo ainda sem compreender como tal, ambas duplas mencionam o objetivo logo de imediato que é só retirar 1 copo de água da garrafa “B” e outro da garrafa “A”. Quando a água da garrafa “B” acabar ainda restarão 8 copos de água na garrafa “A”.

Ponte; Branco e Matos (2009), ainda destaca que no trabalho com expressões algébricas é importante que os alunos reconheçam a noção de equivalência de expressões, quando um aluno conhece equivalência de expressões, isso ajudará o aluno quando houver uma expressão algébrica um pouco complexa, difícil de achar a solução, o aluno pode simplifica-la, encontrando uma expressão equivalente com valores menores facilitando assim a resolução.

Resposta inicial
Apenas tirar 1 a 1 copo de cada garrafa, e verificar qual vai sobrar mais que a outra, contam-dos os copos de cada uma.

Figura 9: Crença inicial dupla 3.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática (2019).

Entendemos que o fato de tirar um copo de cada garrafa não altera a diferença entre eles e isso faz parte da lógica de operações. Vale ressaltar que não estamos associando “a diferença entre eles” à operação de retirar diretamente uma quantidade de outra, mesmo que achemos que “diferença” está diretamente associada a subtração, principalmente quando ensinamos com uma lista de exercícios a calcular a diferença entre dois números, associando a subtração do menor pelo maior.

Para Lochhed e Mestre (1995), a maior dificuldade para os alunos resolver certos problemas algébricos, até os mais simples, é a dificuldade na tradução das palavras para álgebra. É comum a maioria dos alunos não terem paciência para ler um problema várias vezes até encontrar e interpretá-lo corretamente, ou seja, a transformação das palavras na operação correta, uma equação ou até mesmo em um sistema de equações com álgebra que possa trazer a solução dele.

Já nas justificativas, existem uma divergência para a mesma crença afirmação, onde as três duplas dizem que bastou apenas diminuir a quantidade de água que existe em cada garrafa e o que sobrar e o que estamos procurando na situação problema.

4.3 SITUAÇÃO PROBLEMA 5

- **Represente o raciocínio de Joãozinho expresso nas linhas 96 e 97**.

A partir desta situação problema as duplas começaram a introduzir a noção de como achar o algoritmo de uma equação, porém, sem que isto tenha sido dito a eles.

Nas linhas 96 e 97, referente à situação problema, era expresso:

> — Certo! — confirmou a professora. — O que isto quer dizer, Marcos?
> — O que o Joãozinho quis dizer é que a diferença entre as duas garrafas é 8, ou seja, A-B=8.

Diante desse contexto, a resposta inicial das três duplas coincidiram, ficando assim dessa maneira todas.

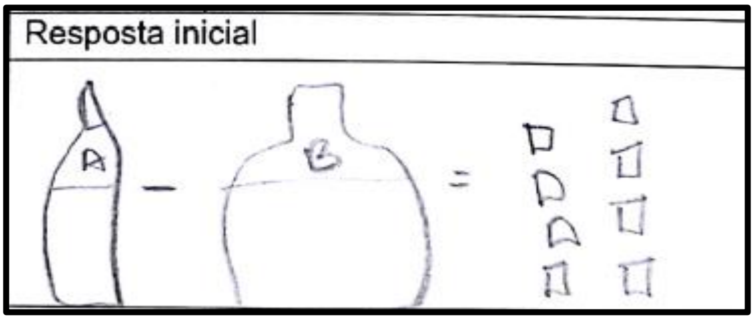


Figura 10: Crença inicial da dupla 3.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática(2019).

Observamos que quando se tem um desenho ou que chamamos de núcleo, teremos uma compreensão imediata seja baseada na crença ou na lógica de operações.

As justificativas foram contundentes com representação da resposta inicial. Duas duplas foram categóricas em afirmar que se diminuir as quantidades que faltam nas duas garrafas sobrará 8 copos. Já uma dupla fez uma sentença matemática mostrando que a quantidade de agua que falta na garrafa "A" que é 10, s ele tirar mais 8 irá ficar igual a garrafa "B".

Observe:

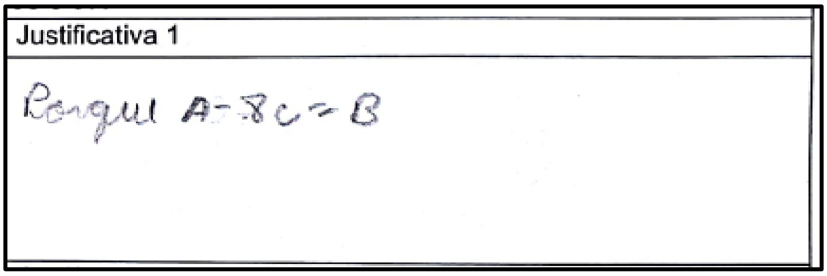


Figura 11: Justificativa dupla 1.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática(2019).

Os alunos da dupla dois conseguem já entender o significado do algoritmo 8 e conseguem manusear de várias formas as expressões, mostrando que a habilidade já está avançando e sua compreensão foi significativa neste problema.

4.4 SITUAÇÃO PROBLEMA 7

A situação problema 7 possui a mesma estrutura da situação problema 6, a qual discutiremos primeiramente.

➢ **Como Marcos demonstrou outra maneira possível de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água?**

Podemos afirmar que:

Se retirarmos 4 copos de água da garrafa “A”, ficarão faltando 14 copos de água para completá-la e, se acrescentarmos 4 copos na garrafa “B”, também faltarão mais 14 copos de água para enchê-la. Assim, temos que A-4c=B+4c.

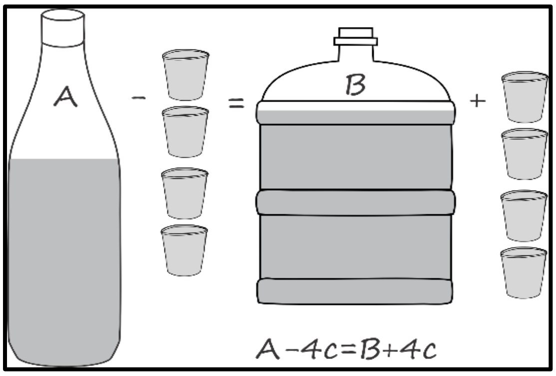


Figura 12: Resposta prevista.
Fonte: Cartão resposta da sequência didática(2019).

Quanto a situação problema 7, era assim enunciada:

➢ **Qual teria sido a outra sentença expressa por Marcos?**

Mesmo sem conhecer o objetivo da resposta do problema anterior as duplas iniciaram a estratégia de como resolver mencionando uma discussão sobre as duas garrafas, colocando assim em evidência a linguagem mista, ou seja a linguagem matemática e a imagem.

Nesta observação foram feitos vários comentários imaginando as garrafas, agora não mais, desenhando no papel, mas usando apenas a imaginação. Podemos observar o quanto as duplas desenvolveram suas habilidades na aplicação desta sequência didática.

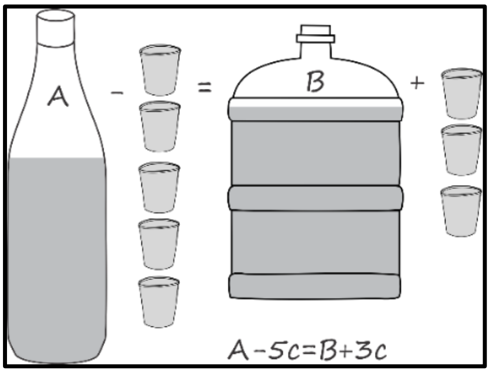


Figura 13: Resposta prevista.
Fonte: Cartão resposta dasequência didática(2019).

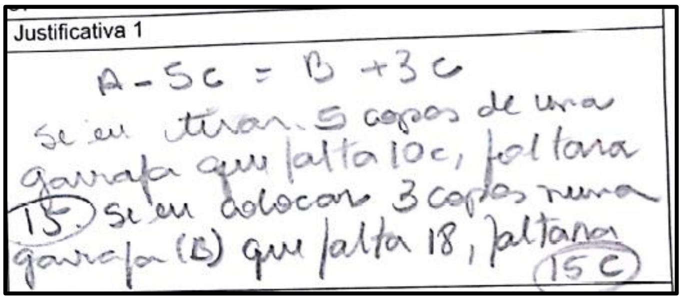

Justificativa 1
A - 5c = B + 3c
Se eu tirar 5 copos de uma
garrafa que falta 10c, faltara
15 Se eu colocar 3 copos numa
garrafa (B) que falta 18, faltara
15 c

Figura 14: Justificativa dupla 3.
Fonte: Cartão resposta dasequência didática(2019).

Constatemos que a interpretação foi realmente completa, baseado na crença afirmação através do núcleo, que foi possível essa conclusão. Disso as justificações convergem com a imagem, constatando a produção de significados em relação ao núcleo chegando então ao conhecimento. Desse modo as respostas finais bem mais elaboradas se sintetizaram com a imagem, a crença e a justificação.

Lins e Gimenez (1997) fala que "a justificação é o que garante para o sujeito do conhecimento de onde ela é integrante, que ela pode enunciar a crença-afirmação."

4.5 SITUAÇÃO PROBLEMA 9

- **Qual a explicação dada por Joãozinho para provar que A-30c=B-22c estava correta?**

Nesta última situação problema analisado, vimos como as duplas desenvolveram suas habilidades a partir de cada uma das atividades e situações problemas trabalhados pela sequência didática.

Holdan (1995) afirma que para o aluno dominar uma habilidade algébrica e necessário exercitar muito para que consiga o planejamento da álgebra, que é a prática contínua.

O objetivo esperado das duplas é que se a diferença entre A e B é 8, temos que 30-22=8. Portanto, A-30=B-22.

Temos então a resposta inicial e justificação de uma das duplas:

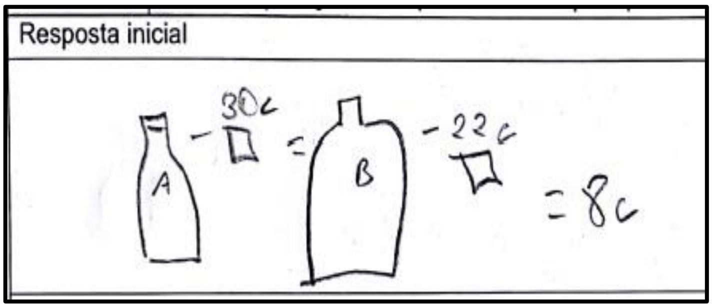


Figura 15: Resposta inicial dupla 1.
Fonte: Cartão resposta dasequência didática(2019).

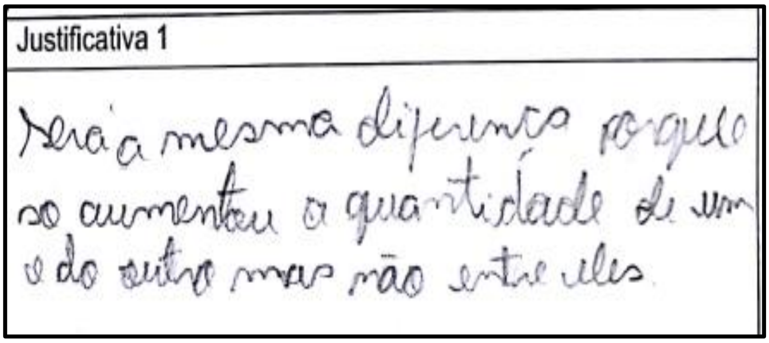


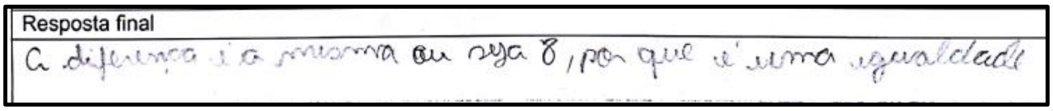
Figura 16: Justificativa dupla 1.
Fonte: Cartão resposta dasequência didática(2019).

A resposta inicial coloca em evidência o desenho com as informações encontradas no problema, ele usando a crença-afirmação já deixa claro que o resultado será 8. Sua justificativa afirma que 8 sempre será a diferença entre as garrafas, isso porque no início das situações problemas ele já conseguira encontrar essa diferença pela quantidade de agua falta de uma para outra. Essas justificações são baseadas na forma matemática que explicita com clareza as afirmações já conhecida.

Aqui também as duplas conseguiram resolver de diversas maneiras os problemas e conseguiram transformar como expressões. Essas produções já independem de muitas coisa que no início era essencial pra que o aluno conseguisse resolver a situação problema.

Lins e Gimenez (1997) destacam que alguns casos tem o mesmo conhecimento, mais se analisarmos as justificações pode-se chegar a conclusão que nem sempre isto é verdade. Dessas análises onde percebeu os erros, ele frisa que podem ser por vários fatores, seja pela lógica de operações distintas e os objetos em jogo também ou até mesmo que o desenho é muito impreciso.

Abaixo, temos a resposta final de uma das duplas em que ela manifesta compreensão sobre a noção de igualdade:


Resposta final

a diferença é a mesma ou seja 8, por que é uma igualdade

Figura 17: Crença final da dupla 1.
Fonte: Cartão resposta dasequência didática(2019).

Entao conlcuimos por fim que a seja qual for o valor do nucleo, se há igualdade será sempre a mesma coisa, pricipalmente se já sabemos o valor da difereça de um pro outro. Logo, seja qual for o valor das parcelas, sera o valor já encontrada na crença-afirmação.

A álgebra consiste em um conjunto de afirmações para os quais e preciso produzir significado em termos de números e operações aritiméticas possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.(LINS e GIMENEZ, 1997, p.137)

Concluimos então que as afirmações dos alunos foram baseadas em seus conhecimentos, mas para isso foi necessario a prática da leitura e da interpretação que as justificativas.

Vale lembrar que o raciocínio lógico por vezes foi usado, as técnicas tambem, mas o que predominou foi a crença-afirmação que se segundo Lins e Gimenez(1997) o conhecimento produzido corresponde ao que é novo, e as jsutificações corresponde ao que é dado e a justificação estabele vinculo entre a crença afirmação e o núcleo, nucleo esse que pode ser um diagrama, um desenho, uma balança, no caso da sequencia ditadatica, as garrafas com agua.

.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou compreender as características da aprendizagem matemática a partir de atividades com foco na interpretação textual. Pudemos discutir alguns estudos acerca das concepções algébricas, em que o raciocínio matemático evidencia características de ensino que podem ser de grande contribuição para o ensino-aprendizado.

Entende-se que o ensino de álgebra é fundamental para o desenvolvimento e o conhecimento lógico e raciocínio está presente em qualquer em situação cotidiana. O ser humano sem perceber cria possibilidades que envolve expressões numéricas sem ter conhecimento que está desenvolvendo equações algébricas, pois não tem o conhecimento real que a expressão ou equação pode ser utilizada em qualquer resolução de cálculos.

Os objetivos dessa pesquisa foram responder situações problemas propostos em uma sequência didática sobre o ensino da expressão algébrica que para muitos está em teorias e a apenas fórmulas resolutivas. Nesta sequência se caracterizou por uma prazerosa leitura interpretativa, seguido de situações que favoreciam o raciocino logico, e valorizava o saber tradicional. Podemos ressaltar que a realização da pesquisa, sem dúvida proporcionou-me a uma compreensão significante sobre a discussão da problemática elencada, a descoberta de informações importantes nas vantagens da utilização de mecanismos inovadores que desperte o gosto e o prazer do aprender.

Baseado nessas respostas, trazemos critérios de abordagens que podem contribuir significativamente para que respostas dadas em muitas questões matemáticas possam ser valorizadas, trazendo as dificuldades a tona e tornando núcleo de várias justificações que podem ou não ser legitimadas.

Por tanto, fica nítido que várias concepções usadas hoje para resolver expressões algébricas, não tem tanta eficácia no aprendizado, e que se basearmos nas várias formas de resolução, podemos ter maneiras mais simples e compreensíveis de resolução.

REFERÊNCIAS

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOOTH, L.R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: atual, 1995.

HOLDAN G. Tornando as tarefas de casa de álgebra mais eficazes. In: SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: atual, 1995.

KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: atual, 1995

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: atual, 1995.

MACLANE, sunders e GARRET Birkchoff. Algebra. Nova Iorque:Macmillan Co,1967

SCHOEN, H. L. Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. In: SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: atual, 1995.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. Símbolos e expressões algébricas. Álgebra no ensino básico. Portugal, 2009. SILVA, Marcos Noé Pedro Da. "Expressão algébrica"; Brasil Escola. Disponível em . Acesso em 07 de Janeiro de 2020.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "Expressão algébrica"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/expressao-algebrica.htm. Acesso em 05 de fevereiro de 2020

SILVA, L. P. M. "O que é álgebra?"; *Brasil Escola*. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-algebra.htm. Acesso em 09 de Janeiro de 2020.

USISKIN, Z. Algebra through Applications. Chicago: Department of Education, University of Chicago, 1976

APÊNDICE 1: Sequência didática “Ler para aprender equações”

1 Identificação

- Escola:
- Diretora:
- Etapa: ensino fundamental – anos finais
- Disciplina:
- Série:
- Turmas:
- Data:
- Tempo previsto:

2 Unidade temática

- Matemática:
  - Noção de equivalência
  - Propriedades da igualdade
  - Equações polinomiais do 1º grau

- Língua portuguesa:
  - Reconstrução da textualidade e compreensão dos efeitos de sentidos provocados pelos usos de recursos linguísticos e multissemióticos
  - Adesão às práticas de leitura
  - Relação entre textos

4 Competências

- Matemática
  - Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
  - Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- Língua portuguesa
  - Envolver-se em práticas de leitura literária que possibilitem o desenvolvimento do senso estético para fruição, valorizando a literatura e outras manifestações artístico-culturais como formas de acesso às dimensões lúdicas, de imaginário e encantamento, reconhecendo o potencial transformador e humanizador da experiência com a literatura.

5 Habilidades

- Matemática
  - Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar para construir a noção de equivalência (EF06MA14).
  - Estabelecer leis matemáticas, utilizando diferentes representações gráficas e simbólicas, que expressem a relação de interdependência entre grandezas para resolver problemas por meio de equações e equações.
  - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

- Língua portuguesa
    - Analisar, em textos narrativos ficcionais, as diferentes formas de composição próprias de cada gênero, os recursos coesivos que constroem a passagem do tempo e articulam suas partes, a escolha lexical típica de cada gênero para a caracterização dos cenários e dos personagens e os efeitos de sentido decorrentes dos tempos verbais, dos tipos de discurso, dos verbos de enunciação e das variedades linguísticas (no discurso direto, se houver) empregados, identificando o enredo e o foco narrativo e percebendo como se estrutura a narrativa nos diferentes gêneros e os efeitos de sentido decorrentes do foco narrativo típico de cada gênero, da caracterização dos espaços físico e psicológico e dos tempos cronológico e psicológico, das diferentes vozes no texto (do narrador, de personagens em discurso direto e indireto), do uso de pontuação expressiva, palavras e expressões conotativas e processos figurativos e do uso de recursos linguístico-gramaticais próprios a cada gênero narrativo (EF69LP47).

6 Pré-requisitos

Conhecimento sobre:

- Operações envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Operadores de comparação: maior (>), menor (<), igual (=) e diferente (≠);
- Leitura de textos ficcionais;
- Reconhecimento de expressões algébricas;

7 Recursos

- Versão impressa/xerocada dos capítulos da obra e demais atividades;
- Papel A4;
- Pasta presilha;
- Lápis;
- Borracha;
- Caneta;
- Perfurador;
- Lousa;
- Apagador
- Pincel para lousa.

8 Metodologia

- Apresentar aos alunos o perfil geral das atividades que serão desenvolvidas nas próximas aulas.
- É importante deixa-los cientes da natureza das atividades, que se diferencia um pouco das que estão habituados a realizarem. Para isso, propor o contrato didático, definindo, dentre outras questões:
    - as atividades serão feitas, em sua maioria, em duplas e que é necessário que ambos discutam o problema para tentar resolvê-lo;
    - é importante que entendam que a experiencia em questão faz parte da pesquisa de TCC e, por isso, imprescindível que participem com esmero;
    - as respostas serão sempre feitas em um cartão respostas e não no caderno, embora possam fazer anotações neste;
    - o material produzido durante a aula será recolhido ao final. Ou seja, só poderão levar para casa ao final do projeto;
    - a avaliação não será feita considerando se as respostas para as atividades estão certas ou erradas, mas o interesse e a participação ativa deles do início ao final.

Modulo 1: Interpretação do texto

- Introduzir os estudos da obra “Joaozinho no País da Álgebra” buscando uma compreensão geral da trama da estória, com foco em uma leitura prazerosa e interativa.
- Solicitar aos alunos que formem duplas entre si.
- Distribuir uma cópia da Introdução do livro para cada dupla.
- Delimitar um período de no máximo 15 minutos para leitura e familiarização com o tema.

- Discutir com a turma algumas questões acerca da parte lida (Atividade 1).

Atividade 1: Interpretação da introdução da obra
Atividade 2: Interpretação do episódio “Lanchando com expressões algébricas”.
Atividade 3: Produção de inferências

Modulo 2: Resolução de problemas

- Explicar detalhadamente o que se espera neste módulo, que é interpretar o texto e resolver as lacunas de acordo com o roteiro de perguntas, similar ao que fizeram na Atividade 3.
- Explicar que nas lacunas estão situações problemas e que a resolução de algumas delas implica na resposta a serem dadas a outras que estão nas linhas seguintes.
- Informar a dinâmica das próximas atividades:
    - as linhas do texto estão enumeradas para permitir a localização de determinadas informações ao longo das atividades;
    - o processo de resolução envolve 3 momentos:
        - ✓ as duplas responderão ao problema na coluna da direita, chamada ‘resposta inicial’, e na coluna da esquerda, ‘justificativa’, deverão explicar o raciocínio empregado para dar a resposta. Ou seja, que deverão como chegaram à resposta dada;
        - ✓ após esse momento, haverá um processo de socialização das respostas dadas, para identificarem se todos encontraram a mesma resposta ou se há divergências. Caso existam, ver se há a possibilidade de chegar a um consenso, ou seja, se a turma concorda com a resposta de alguma dupla como a que é a correta ou mais adequada. Se houver esse consenso, deverão escrever a resposta dessa na parte do cartão respostas denominando ‘resposta final’. Todavia, caso não se chegue a um consenso, a dupla deverá reunir-se novamente e escreverem uma nova resposta, na parte ‘segunda resposta’, se entenderem que a resposta dada inicialmente não possa ser por eles considerada correta.
        - ✓ por último, farão novo momento de socialização para discutirem a segunda resposta das duplas. É o momento de optar por uma resposta que seja a mais adequada para o problema. Note que não se trata do mesmo texto, mas sim de um raciocínio que possa ser o mesmo em várias duplas, mas com a escrita diferente. Essa resposta irá para o campo ‘resposta final’ e também para o texto da estória. Ou seja, deverão completar no texto recebido.
    - as situações problemas serão denominadas P1, P2 etc.
    - as respostas dadas em cada momento (resposta inicial e segunda resposta) não podem ser apagadas caso a dupla considere após as discussões que estejam erradas.
- Averiguar se todos compreenderam o que foi solicitado.
- Entregar uma cópia do capítulo ‘Enchendo e secando garrafas” a cada dupla.
- Solicitar que alguns alunos expliquem o que entenderam acerca do problema apresentado na situação.
- Solicitar que façam uma leitura em dupla, de todo o texto
- Informar que devem prosseguir com a leitura mesmo que tenham dificuldade em algum momento devido à omissão de algumas partes existentes no texto.
- Fazer uma discussão geral após essa primeira leitura (Atividade 4).

Atividade 4: Roteiro para explorar o capítulo ‘Enchendo e secando garrafas”.
Situação Problema 1: Por que se colocar mais 4 copos de água na garrafa da esquerda ela ainda continuará com menos água do que a garrafa da direita? (p. 1, L28-30).
Situação Problema 2: O que acontece se acrescentar-se mais 4 copos de água na garrafa “B”? (p. 3, L57).
Situação Problema 3: Represente a compreensão de Marcos expressa nas linhas 61 a 63. (p. 4, L67).
Situação Problema 4: O que fazer para descobrir a quantidade desconhecida de água que uma das garrafas teria a mais que a outra? (p. 4, L92-93)
Situação Problema 5: Represente o raciocínio de Joãozinho expresso nas 96 e 97. (p. 5, L101)

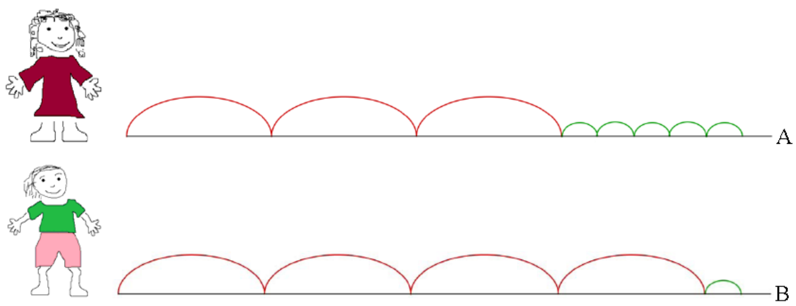
Situação Problema 6: Como Marcos demonstrou outra maneira possível de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água? (p. 5, L113-116)
Situação Problema 7: Qual teria sido a outra sentença expressa por Marcos? (p. 5, L128)
Situação Problema 8: Qual a representação que Maria fez na lousa para a solicitação do Professor Y? (p. 6, L133)
Situação Problema 9: Qual a explicação dada por Joãozinho para provar que A-30c=B-22c estava correta? (p. 6, L160-161)

Atividade 5: Revisão do episódio
Atividade 6: Reflexão sobre o episódio

Modulo 3: Elaboração da definição
Atividade 7: Conceito de equação
Atividade 8: Exercício de reconhecimento de equação.

Modulo 4: Compreensão da técnica de resolução
Atividade 9: Compreensão de regularidades da técnica de resolução da equação

Modulo 5: Exercícios e atividades de fixação
Atividade 10: Encontre o conjunto solução, no conjunto N, para as equações abaixo:
Atividade 11 (Exercícios Mundo Educação): Uma empresa q trabalha com cadernos tem gastos fixos de R$ 400,00 mais o custo de R$ 3,00 por caderno produzido sabendo que cada unidade será vendida a R$11,00. Quantos cadernos deverão ser produzidos para que o valor arrecadado não seja menor que os gastos?
Atividade 12: Explique quais números não fazem parte do conjunto solução da equação 3x+7 = 2(x+ 4)+1.
Atividade 13 (Ponte): Numa atividade de Educação Física, o professor propôs aos seus alunos realizar dois tipos diferentes de percurso sobre uma linha com o mesmo comprimento, um constituído por saltos (todos com o mesmo comprimento) e outro por passos (também todos com os mesmo comprimento). A Anabela fez o percurso A e a Beatriz fez o percurso B:



A quantos passos corresponde todo o percurso?

9 Avaliação

- A avaliação será contínua, em cada etapa das aulas.
- Análise do material produzido pelos alunos, incluindo as conversações orais e os portfólios escritos, tendo como parâmetros critérios definidos e listados na Ficha avaliativa para cada situação problema.
- Participação dos alunos em cada tarefa desenvolvida como na resolução de exercícios e situações problemas, tanto na lousa quanto no papel.
- Analisar as justificativas descritas pelos educandos em relação as respostas encontradas.
- Análise das questões avaliativas do módulo Exercício de fixação.
- Frequência às aulas, o que permitirá identificar se a ausência em alguma delas implica na dificuldade para fazer determinadas atividades e, a partir disso, fazer os ajustes necessários à situação.
- Estabelecer métricas para cada grupo de atividades, a depender de como está inserida a

sequência didática dentro das demais atividades do bimestre.

10 Referências

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 30 de Abril de 2019.

COELHO. G. J. Equação polinomial: um métodoalternativo de resolução. Rio de Janeiro: UENF, 2016. Disponível em: http://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/25112016Gilberto-Jardim-Coelho.pdf. Acesso em 17 de Maio de 2019.

COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

MUNDO EDUCAÇÃO. *Exercícios resolvidos sobre equações do primeiro grau*. Disponível em: <https://exercicios.mundoeducacao.bol.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-inequacoes-primeiro-grau.htm#resposta-3855>. Acesso em: 18 de Maio de 2019.

PONTE, J. P; BRANCO, N; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. 2009.

_______. (org). *Joãozinho nos pais da Álgebra*. São Paulo: CRV, 2017.

RIPARDO, R. B. Caderno de atividades. In: _______. *Escrever bem para aprender matemática*: uma proposta de intervenção pedagógica para alunos do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

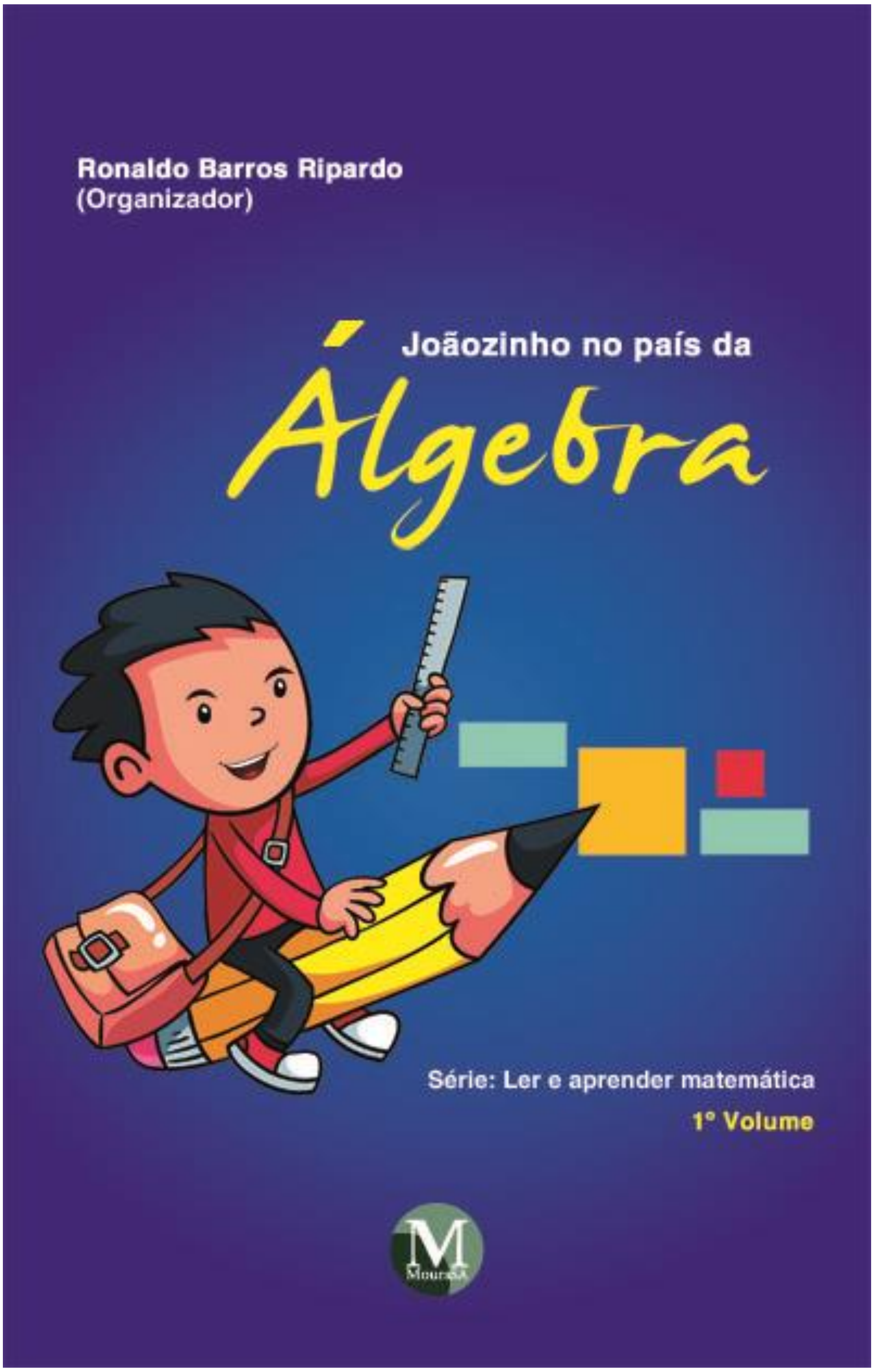
11 Anexos

Anexo 1: Introdução da obra ‘Joãozinho no País da Álgebra’.
Anexo 2: Episódio ‘Lanchando com expressões algébricas’ da obra ‘Joãozinho no País da Álgebra’.

12 Apêndices

Apêndice 1: Episódio ‘Enchendo e secando garrafas’, da obra ‘Joãozinho no País da Álgebra’, adaptado
Apêndice 2: Cartão respostas
Apêndice 3: Ficha avaliativa
Apêndice 4: Roteiro de reflexões diárias

ANEXO 1: Joaozinho no País da Álgebra



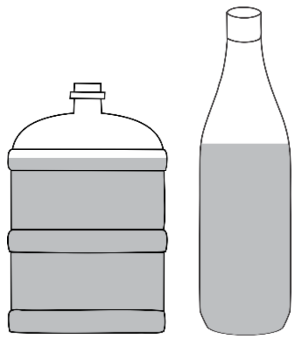
ANEXO 2: Episódio "Enchendo e secando garrafas" (Obra Joãozinho no País da Álgebra)

Joãozinho e seus colegas estavam felizes, comentavam tudo que já tinham aprendido no país da álgebra, quando entram na sala os professores X e Y.

— Como estão todos? Animados para mais uma viagem pela álgebra?

Após alguns minutos conversando com os alunos, os docentes deram início ao estudo do assunto do dia.

— Observem estas duas garrafas — disse a professora X apontando para a lousa.



— Estas duas garrafas podem armazenar a mesma quantidade de água. Porém, no momento, cada uma delas possui uma quantidade distinta. Para encher a da esquerda é preciso mais 18 copos de agua. Para encher a da direita são necessários mais 10 copos.

— O que vocês podem falar sobre esta situação? — perguntou o professor Y.

Os alunos ficaram pensativos por um momento.

— Na garrafa da direita tem mais água do que na da esquerda.

— Joãozinho, como você tem certeza do que está dizendo? — questionou a professora X.

— Podemos ver no desenho — sugeriu Maria.

Marcos, complementou:

— É porque falta mais água para encher a garrafa da esquerda do que para encher a garrafa da esquerda, ou seja, faltam 18 copos, para a primeira e apenas 10 copos para a segunda.

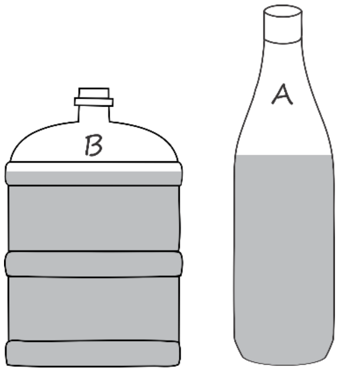
Antônio, que até então só observava a discussão, propôs:

— Se colocarmos mais quatro copos de água na garrafa da esquerda, ainda assim ela continuará com menos água do que a garrafa da direita.

— Mas, por quê? — perguntou Joãozinho com expressão de quem não havia entendido o que o colega falara.

— Ora, Joãozinho, porque se faltam 18 copos de água para encher a garrafa da esquerda, mesmo acrescentando-lhe mais quatro copos ainda vão faltar quatorze, enquanto que a da direita faltará dez copos de água. Portanto, a garrafa da direita ainda continuará com mais água do que a garrafa da esquerda! — explicou Antônio, bastante estudioso e muito interessado pelas aulas de matemática, mais do que em outras disciplinas.

— Muito bem! Para facilitar nossa compreensão, vamos introduzir a seguinte notação: chamaremos a garrafa da esquerda de "B" e a da direita de "A" e o copo de "c".

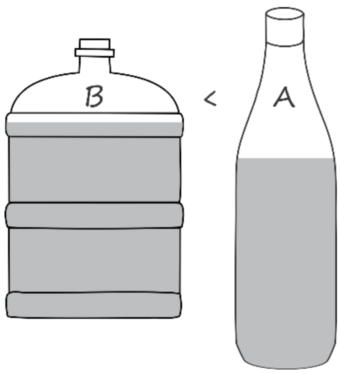


— Assim, segundo a fala de vocês, podemos considerar que “A” é maior do que “B”? — continuou o professor Y.

— Quem de vocês pode representar matematicamente o que o professor Y acabou de falar? — perguntou X.

— Eu posso.

Joãozinho vai até a lousa e escreve:



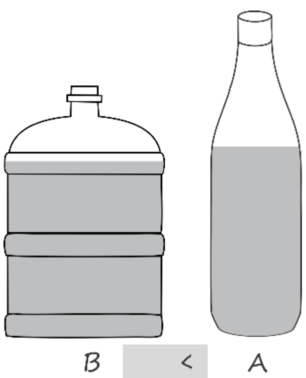
— E você, Antônio, entendeu o que Joãozinho fez?

— Não, professor! — respondeu o aluno, serenamente. — O senhor poderia explicar melhor?

— Sim. A garrafa da esquerda, que chamamos de B, tem menos água do que a da direita, que chamamos de A. Então, se substituirmos os desenhos das garrafas pelas letras que as representam, como ficaria?

Os alunos se entreolharam, e continuaram com jeito de que não compreenderam muito bem a explicação do professor.

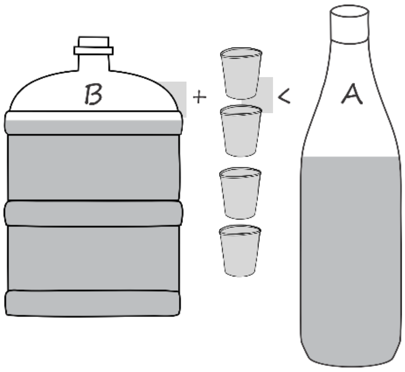
O professor Y novamente foi até a lousa e desenhou:



— Ah, professor! Agora entendemos — disseram vários alunos ao mesmo tempo.

A professora X continuou:

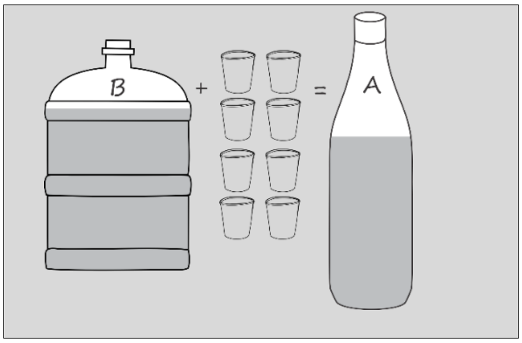
— Antônio, você falou que se acrescentarmos 4 copos de água na garrafa "B" ela ainda continuaria com menos água do que a garrafa "A". Sendo assim temos:



– Como ficaria essa afirmação em linguagem matemática?
Marcos escreveu na lousa:

B+4c < A

— Agora eu entendi. Então posso dizer que se colocarmos 8 copos de água na garrafa "B" ficarão faltando 10 copos para enchê-la, que quer dizer a mesma quantidade que a garrafa "A".
O professor Y, não escondendo sua expressão de contentamento, desafiou:
— Quem poderia representar na lousa isto que Antônio falou?
Larissa, sempre muito atenta, foi até à lousa e desenhou:



— Quem poderia escrever em linguagem matemática?
Foi a vez de Pedrinho e Marcos expressarem o que tinham compreendido.

8c+B=A
A=B+8c

Para demonstrar sua compreensão, Antônio também escreveu:

B+8c=A

— Vocês querem dizer que isto tudo representa o mesmo desenho?
— Claro que sim, Joãozinho! — explicou Pedrinho. — 8c+B=A significa que se colocarmos mais 8 copos de água na garrafa "B", ela ficará com a mesma quantidade de água da garrafa "A".
— É a mesma coisa de dizer que garrafa "A" é igual à garrafa "B" acrescida de mais oito copos de água — justificou Marcos.
— E que a Garrafa "B" mais 8 copos de água é igual à garrafa "A" — complementou Antônio.
— Exatamente! — confirmou a professora X.

Ana, um pouco confusa, pergunta:

— Como eu faço para saber quantos copos de água a garrafa “A” tem a mais do que a garrafa “B”?

Diante do questionamento, a professora X olhou para os outros alunos e perguntou:

— O que vocês podem dizer como resposta para a Ana?

— É simples! — respondeu Joãozinho. — Basta você fazer a conta 18-10, que vai dar 8.

— Concordas, Ana? — perguntou a professora X.

— Sim, professora.

— Mas suponham que vocês não soubessem quanto de água a garrafa “A” teria a mais que a “B”. Como fariam, neste caso, para descobrirem a resposta?

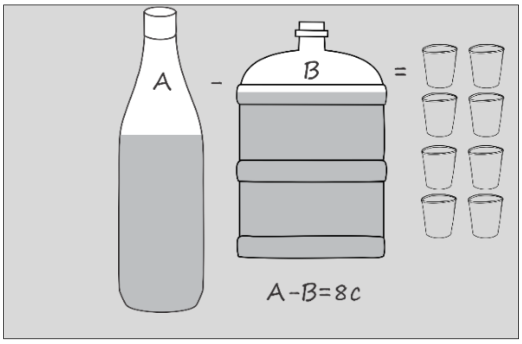
— É só retirar 1 copo de água da garrafa “B” e outro da garrafa “A”. Quando a água da garrafa “B” acabar ainda restarão 8 copos de água na garrafa “A”. Certo, professora? — indagou Antônio.

— Certo! — confirmou a professora. — O que isto quer dizer, Marcos?

— O que o Joãozinho quis dizer é que a diferença entre as duas garrafas é 8, ou seja, A-B=8.

— Resposta correta. Como poderíamos representar o que você acaba de falar?

Antônio, mais que rápido, desenhou:

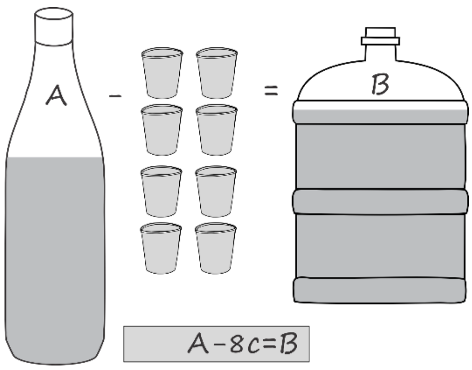


— Entendeste, Maria? — perguntou Y.

— Sim. Se tirarmos 8 copos de água da garrafa “A”, ficarão faltando 18 copos de água para encher a garrafa “A” e 18 para encher a garrafa “B”.

Pedrinho, que observava caladinho e com bastante atenção, interferiu.

— Professora, o que a Maria falou é o mesmo que A-8c=B? — e, rapidamente vai ao quadro para desenhar o que acabara de afirmar.



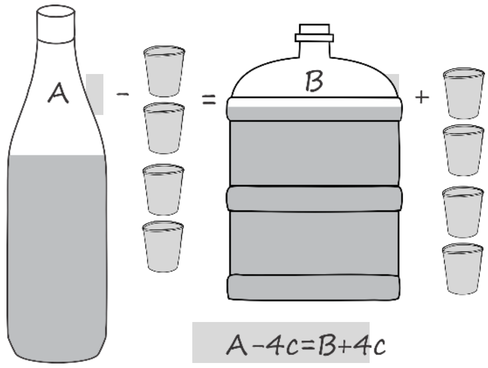
— Sim, Pedrinho! Parabéns, vocês entenderam.

— Marcos, alguma dúvida?

— Não, professor!

— Vocês saberiam demonstrar outra forma de deixar as garrafas com a mesma quantidade de água? – insistiu o professor Y.

— Sim! — respondeu Marcos. — Se retirarmos 4 copos de água da garrafa “A”, ficarão faltando 14 copos de água para completá-la e, se acrescentarmos 4 copos na garrafa “B”, também faltarão mais 14 copos de água para enchê-la. Assim, temos que A-4c=B+4c.



— Muito bom, Marcos! — elogiou o professor Y.

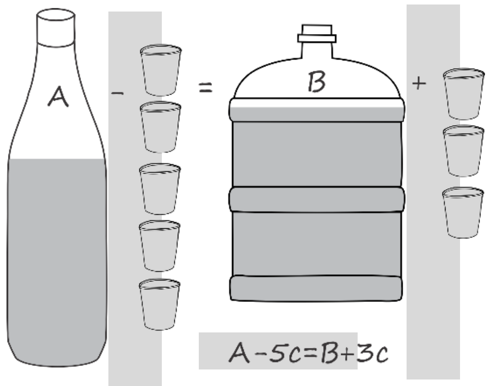
— Ainda existem possibilidades da garrafa “B” ficar com a mesma quantidade da garrafa “A”?

— Claro que sim. — respondeu Pedrinho, cheio de entusiasmo. — Para isto, basta tirar 2 copos de água da garrafa “A” e acrescentar mais 6 na garrafa “B”.

— Entendi. Deste modo, teremos A-2c=B+6c. Está certo, professora?

— O que você acha, Antônio? — pergunta X.

— Eu acho que está correto. — opinou Marcos. — como também acho que A-5c=B+3c.

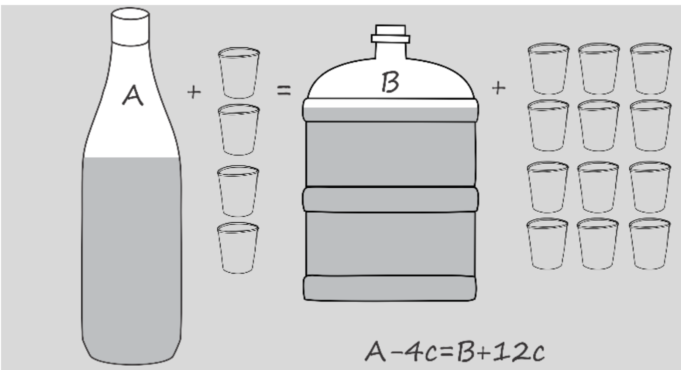


— Maria, o que dizes?

— Eu concordo, professor!

— Você poderia nos mostrar outro exemplo? — perguntou o professor Y dirigindo-se à Gabriela.

— Posso sim. — afirma categoricamente a garota, indo até à lousa.



— O que a Gabriela fez está certo? – questionou X.

Os alunos analisaram em silêncio a ideia de Maria e responderam:

— Está sim.

— Parabéns, vocês são muito inteligentes! — elogiou a turma o professor Y.

— Estão gostando do país da álgebra? — perguntou a professora X.

Bastante animados, todos os alunos, ao mesmo tempo, afirmaram que sim, enquanto que, ainda curioso, Joãozinho perguntou:

— Como se chama este tipo de conta?

— Eu já esperava que alguém fizesse esta pergunta. — falou o professor Y. — Isto se chama equação.

— Por que equação? — perguntou Maria.

A professora X prontamente respondeu:

— A álgebra tem como um de seus objetivos ajudar o homem solucionar problemas que envolvam valores desconhecidos, os quais são traduzidos em linguagem matemática e que se utiliza letras do alfabeto para representar tais valores. A partir de princípios matemáticos pode-se traduzir a relação que existe entre os valores conhecidos e desconhecidos através de uma expressão matemática. Algumas destas expressões podem ser uma equação, tema de alguns de nossos passeios futuros.

— Para finalizar nosso maravilhoso passeio quero convidar o Joãozinho e a Larissa para escreverem mais duas sentenças envolvendo estas que fizemos até agora , ou seja, com A e B.

Joãozinho escreveu A-30c=B-22c.

— Está correto? — perguntou a professora X dirigindo-se à turma.

— Está — afirmaram os colegas de Joãozinho.

— Por que? — indagou a professora.

— Porque se a diferença entre A e B é 8, temos que 30-22=8. Portanto, A-30=B-22 — explicou Joãozinho.

— Parabéns, estão certos em suas respostas — elogiou X.

— Agora é sua vez, Larissa. — Falou o professor Y olhando para a aluna.

Meio tímida, Larissa escreveu A-200C=B-192C. Olhou para os professores e para os colegas e aguardou o veredito.

Os professores acenaram positivamente para a aluna, deixando claro, com isto, que o que a aluna escrevera estava correto.

Tais gestos marcaram o encerramento de mais um dia de passeio pelo País da Álgebra.