



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA DO ARAGUAIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ALEXANDRA SOUSA DE CARVALHO SANTOS

ATIVIDADES NO SOFTWARE *MAXIMA* NO ENSINO DE
EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Santana do Araguaia-PA

2018

ALEXANDRA SOUSA DE CARVALHO SANTOS

**ATIVIDADES NO SOFTWARE *MAXIMA* NO ENSINO DE
EQUAÇÕES ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Licenciado Pleno em Matemática, sob a orientação do Prof^o. Esp. Osmar Tharlles Borges de Oliveira.

Santana do Araguaia-PA

2018

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Engenharia do Araguaia

Santos, Alexandra Sousa de Carvalho

Atividades no software MAXIMA no ensino de equações algébricas / Alexandra Sousa de Carvalho Santos; orientador, Osmar Tharlles Borges de Oliveira. — Marabá: [s. n.], 2018.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Campus Universitário de Santana do Araguaia, Instituto de Engenharia do Araguaia, Curso de Licenciatura em Matemática, 2018.

1. Álgebra. 2. Equações. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Matemática - processamento. 5. Matemática (Ensino médio). I. Oliveira, Osmar Tharlles Borges de, orient. II. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. III. Título.

CDD: 22. ed.: 512

Elaborada por Sandra Sueli Sepêda Gonçalves – CRB/2-1281

ALEXANDRA SOUSA DE CARVALHO SANTOS

**ATIVIDADES NO SOFTWARE *MAXIMA* NO ENSINO DE EQUA-
ÇÕES ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Licenciado Pleno em Matemática, sob a orientação do Prof^o. Esp. Osmar Tharlles Borges de Oliveira.

BANCA EXAMINADORA:

Osmar T.B. de Oliveira

Prof. Esp. Osmar Tharlles Borges de Oliveira – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - (Orientador)

Walber Costa

Prof. Me. Walber Christiano Lima da Costa – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Membro)

Helves Belmiro da Silveira

Prof. Me. Helves Belmiro da Silveira - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Membro)

Santana do Araguaia-PA

2018

AGRADECIMENTOS

Ao meu bom e amado Deus, ao meu consolador e amigo Espírito santo e ao salvador da minha vida Jesus Cristo, por estarem comigo em todo momento me dando forças e me fortalecendo sempre que precisava e por nunca me desamparar.

Ao meu querido esposo Daniel por me apoiar em todo o momento, por me incentivar sempre que eu precisei, aos meus filhos que amo muito Dalyson e Raquel, vocês são o motivo que me fez chegar até aqui.

Ao meu orientador Prof^o. Osmar Tharlles Borges de Oliveira, por ter me aceitado e ter me ajudado em todos os momentos que precisei, pela paciência e confiança em mim depositada.

A professora Samara, o professor Péricles, professor Walber, Professor Pablo, o professor Helves, a professora Elizabete, ao professor Manolo e a professora Cecilia, obrigada a todos.

Aos professores e coordenadores do curso, obrigado a todos pela paciência e carinho, por me tratarem tão bem nessa universidade.

Quero agradecer a minha querida turma, a turma de 2014 por todo o carinho e a união que tivemos durante todo esse curso, pelos momentos de risadas que vocês me proporcionaram, foram momentos incríveis e inesquecíveis, levarei todos no meu coração e nas minhas orações, desejo todo o sucesso para cada um de vocês.

Aos professores e os coordenadores da escola Estadual Ensino Médio Jorceli Silva Sestari pelo apoio, obrigada a todos.

Ao diretor do polo da Faculdade Unopar por nos ter cedido o laboratório de informática.

RESUMO

O presente trabalho consiste em uma pesquisa bibliográfica, de campo e intervenção que teve como objetivo, desenvolver atividades e estratégias, com o auxílio do software *Maxima* e que visou contribuir de maneira significativa no processo de ensino e aprendizagem de equações algébricas. Para isso, realizou-se um aprofundamento teórico sobre a educação matemática e da matemática, além da utilização do software como recurso didático. Como resultados, detectamos que o uso do software *Maxima* juntamente com as atividades desenvolvidas, tendem a ser favoráveis para o interesse dos alunos e para um aprendizado mais dinâmico.

Palavras-Chave: Atividades. Matemática. Equações Algébricas. Maxima.

ABSTRACT

The present work consists of a bibliographical research, of field and intervention that had as objective, to develop activities and strategies, with the aid of software Maxima and that aimed to contribute in a significant way in the process of teaching and learning of algebraic equations. For that, a theoretical deepening was carried out on mathematics and mathematics education, besides the use of software as didactic resource. As results, we devise that the use of the Maxima software together with the activities developed tend to be favorable to students' interests and to a more dynamic learning.

Keywords: Activities. Mathematics. Algebraic Equations. Maxima.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo adaptado por BAUMGART (1992) de problema encontrado em tábuas com escritas cuneiformes babilônicas.

Figura 2: *Arithmetica* de Diofanto.

Figura 3: Página oficial do projeto *Maxima*.

Figura 4: Selecionando o idioma.

Figura 5: Assistente de Instalação do Software *Maxima*.

Figura 6: Assistente de Instalação do Software *Maxima* (concluir instalação).

Figura 7: Localizando o *Maxima* no menu iniciar do Windows.

Figura 8: Área de Trabalho do *Maxima*.

Figura 9: Barra de Título (1), Menu Principal (2) do *Maxima*.

Figura 10: Submenu *Arquivo*.

Figura 11: Submenu *Equações*.

Figura 12: Input e output.

Figura 13: Calculando no *Maxima*.

Figura 14: Calculando expressões no *Maxima*.

Figura 15: Utilizando o comando *numer*.

Figura 16: Trabalhando com expressões algébricas.

Figura 17: Utilizando o comando *expand*.

Figura 18: Substituindo valores.

Figura 19: Definindo Equações.

Figura 20: Utilizando os comandos *solve*, *realroots*, *allroots*.

Figura 21: Aplicação do Pré-teste.

Figura 22: Pré-teste.

Figura 23: Aplicação das Oficinas.

Figura 24: Pós-teste.

Figura 25: Erros da questão 1 de um dos alunos.

Figura 26: Erros da questão 1 de um dos alunos.

Figura 27: Resolução do pré-teste pelo *Maxima*.

Figura 28: Resolução do pré-teste pelo *Maxima*.

Figura 29: Resolução do pós-teste por um dos alunos que participaram das oficinas.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 1.

Gráfico 2: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 2.

Gráfico 3: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 3.

Gráfico 4: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 4.

Gráfico 5: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 1.

Gráfico 6: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 2.

Gráfico 7: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 3.

Gráfico 8: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 4.

Gráfico 9: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 5.

Gráfico 10: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 6.

Sumário

1. INTRODUÇÃO	11
2. BREVE HISTÓRICO E CONCEITOS	13
2.1 Breve relato da História da álgebra	13
2.2 Equações Algébricas	17
3. O SOFTWARE MAXIMA	19
3.1 Instalando o Maxima	19
3.2 Trabalhando com o <i>Maxima</i>	23
3.3 Equações Algébricas no <i>Maxima</i>	25
4. ENSINO DE ÁLGEBRA E TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	28
4.1 Tecnologia no Ensino de Matemática	28
4.2 Ensino de Álgebra.....	29
4.3 Por que utilizar o Software <i>Maxima</i> no ensino de equações algébricas? 30	
5. PESQUISA E RESULTADOS	32
5.1 Metodologia da pesquisa	32
5.2 Fase de Investigação e preparação da pesquisa.....	32
5.3 Aplicação de pré-teste.....	34
5.4 Oficinas	35
5.5 Pós-teste.....	35
5.6 Resultados	37
5.7 Resultados do Pré-teste.....	37
5.8 Resultados do pós-teste.....	41
5.9 Feedback do questionário.....	46
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS	48

APÊNDICE I.....	51
APÊNDICE II.....	52
APÊNDICE III.....	53
APÊNDICE IV	55

1. INTRODUÇÃO

Apenas uma parte bem pequena dos alunos das escolas brasileiras aprendem matemática, o que nos deixa com uma outra parcela que certamente têm dificuldades abstrair e dar significado aos conteúdos estudados.

Se tratando das ensino básico, o ensino de matemática tem que ser revisto e consequentemente reformulado. Durante a disciplina de Estágio Supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática no Instituto de Engenharia do Araguaia, pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, pude perceber que a maioria dos professores que atuam nessas séries não estão enfrentando muitas dificuldades para garantir qualidade no ensino de matemática, e muitos ministram várias disciplinas diferentes, o que exige um preparo mental maior para lidar com vários assuntos diferentes ao mesmo tempo.

Atualmente pesquisadores e professores vivem uma intensa reflexão sobre o uso de novas tecnologias que estão relacionadas ao ensino-aprendizagem de matemática. Recentemente pesquisas apontam que o uso de computadores terá um efeito prático menor nas escolas caso os professores não estejam preparados para adequar seu uso as práticas pedagógicas.

No ensino de matemática não é diferente. Os professores precisam sempre se atualizar para as tecnologias e participar de formações continuadas no intuito de reinventar e reafirmar suas práticas de ensino. A forma tradicional de ensinar matemática não é o suficiente para que o aluno aprenda.

Existem vários softwares gratuitos disponíveis, segundo (CAMPOS, 2009) a maior parte dos professores não conhece os que podem ajudá-los no ensino da matemática e nem estão preparados para utilizá-los.

Esta pesquisa teve como objetivo investigar sobre as influências do uso do software *Maxima* no ensino de Equações Algébricas a partir de atividades elaboradas a partir de experiências próprias e das pesquisas da área com intuito de contribuir na formação dos alunos das escolas públicas de Santana do Araguaia-PA. Isto justifica-se devido as dificuldades detectadas no processo de ensino e aprendizagem de equações algébricas nas aulas de matemáticas das quais se destacam a falta de compreensão dos termos, dos elementos básicos, visualização gráfica e necessariamente metodologias tradicionais no ensino do tema com ausência de significação conceitual e prática.

Diante do problema apresentado sobre a dificuldade de ensino e aprendizagem de equações algébricas nas aulas de matemática, a pesquisa foi direcionada a alunos de 1º ano do Ensino Médio, uma vez que os conteúdos de funções estão sendo trabalhados e, consequentemente, há necessidade de compreensão das equações polinomiais que servem de base para compreensão de comportamentos de tais funções.

Espera-se que as atividades sugeridas e aplicadas, juntamente com o software possa contribuir de forma positiva no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

2. BREVE HISTÓRICO E CONCEITOS

2.1 Breve relato da História da álgebra

Álgebra é um ramo da matemática que estuda as deduções dos conceitos e operações de aritmética, e essas deduções somente são possíveis por causa do uso de símbolos e letras que no caso representam as incógnitas (AIRES, 2010). “Estranha e intrigante é a origem da palavra álgebra” (BAUMGART, 1992, p.1). Essa palavra não possui uma etimologia própria, como a palavra geometria (onde *Geo* significa terra e *Metria* significa medida). Ela vem da palavra árabe *al-jaber* que foi usada como título de um livro chamado *Hisabal-jabrwa'l-muqabalah*, escrito pelo matemático árabe *Mohammed ibn Musa al-khowarizmi*, por volta do ano 825 d.C. (BAUMGART, 1992; HODGKIN, 2005).

Para Boyer e Merzbach (2012):

A palavra *al-jabr* presumivelmente significa algo como “restauração” ou “completação” e parece referir-se à transposição de termos subtraídos para outro lado da equação, a palavra *muqabalah*, ao que se diz, refere-se a “redução” ou “equilíbrio”- isto é, ao cancelamento de termos semelhantes em lados opostos da equação. (p.166)

Quando falamos na palavra álgebra o que vem à cabeça são equações. Embora atualmente ela tenha um significado muito mais abrangente, podemos dividi-la em duas partes: a primeira é a álgebra antiga (elementar) na qual apoia-se no estudo das equações e a forma/maneira em como resolvê-las; a segunda é denominada de álgebra moderna (que podemos chamar também de abstrata) onde se estuda as estruturas matemáticas tais como os grupos, anéis e corpos (BAUMGART, 1992).

A álgebra e sua notação evoluíram bastante ao longo dos anos, e conseqüentemente teve seus estágios. Para Baumgart (1992) podemos citar eles como sendo:

(...) o retórico (ou verbal), o sincopado (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o simbólico. No último estágio a notação passou por várias modificações e mudanças, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton (c. 1700). (p. 4)

O fato é não se tem ao certo total confirmação de onde a álgebra surgiu, mas o que tudo indica é que provavelmente se deu origem na babilônia. Eles tinham uma capacidade enorme de resolver bastantes problemas envolvendo equações, entre elas temos as cúbicas e quadráticas, ambas com coeficientes numéricos (BAUMGART, 1992). Ainda segundo Baumgart (1992), um exemplo de problema que era encontrado nas tábuas cuneiformes dos babilônios é mostrado na **Figura 1** (adaptada em notação moderna e explicada em português):

Figura 1: Exemplo adaptado por BAUMGART (1992) de problema encontrado em tábuas com escritas cuneiformes babilônicas.

[1] Comprimento, largura. Multipliquei comprimento por largura, obtendo assim a área: 252. Somei comprimento e largura: 32. Pede-se: comprimento e largura.

[2] [Dado] 32 soma;
252 área.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = k \\ xy = P \end{array} \right\} \dots (A)$$

[3] [Resposta] 18 comprimento, 14 largura.

[4] Segue-se este método:
Tome metade de 32 [que é 16].

$$\frac{k}{2}$$

$$16 \times 16 = 256$$

$$\left(\frac{k}{2}\right)^2$$

$$256 - 252 = 4$$

$$\left(\frac{k}{2}\right)^2 - P = t^2 \dots (B)$$

A raiz quadrada de 4 é 2.

$$\sqrt{\left(\frac{k}{2}\right)^2 - P} = t.$$

$$16 + 2 = 18 \text{ comprimento.}$$

$$\frac{k}{2} + t = x.$$

$$16 - 2 = 14 \text{ largura.}$$

$$\frac{k}{2} - t = y.$$

[5] [Prova] Multipliquei 18 comprimento por 14 largura.

$$18 \times 14 = 252 \text{ área.}$$

$$\left(\frac{k}{2} + t\right) \left(\frac{k}{2} - t\right)$$

$$= \frac{k^2}{4} - t^2 = P = xy.$$

Fonte: BAUMGART, John K. *Tópicos de História da Matemática para o Uso em Sala de Aula: Álgebra*. São Paulo: Atual, 1992, p. 4.

O exemplo da **Figura 1** mostra-nos nos dá o problema e sua notação moderna (vale a pena salientar que a transcrição do problema está na linguagem corrente do lado direito da figura e a notação moderna do lado esquerdo foi posta pelo autor para mostrar como seria o mesmo – problema – na notação algébrica) e os seus passos até a solução. Ainda segundo BAUMGART (1992) em [1] o problema é formulado, em [2] os dados são apresentados, [3] nos dá a resposta, em [4] o método da solução é explicado com auxílio de números e, por fim, [5] a resposta é testada.

O surgimento da álgebra no Egito se deu quase ao mesmo tempo que na babilônia, mas digamos que faltava um certo aprimoramento em relação a álgebra babilônica, tanto que os babilônicos eram mestres em resolver variedades de equações. Segundo Boyer e Merzbach (2012) descrevem que:

Para equações lineares, os egípcios usavam um método de resolução consistindo em uma estimativa inicial seguida de uma correção final – um método ao qual os europeus posteriormente deram o nome um tanto abstruso de “regra da falsa posição”. (p. 6)

Depois de alguns séculos, Diofanto um matemático grego, deu um novo rumo à álgebra, seguindo os antigos métodos babilônicos. Diofanto foi quem inseriu o estilo sincopado de escrever equações, estudou e trabalhou na faculdade de Alexandria onde seu professor foi Euclides. Pouquíssimo se sabe da vida de Diofanto e a incerteza é tão grande que não se sabe ao certo exatamente o século que ele viveu. Mas supõe-se que ele tenha vivido entre cerca de 250 d. C. Diofanto é considerado por muitos como sendo o “pai da álgebra”, só que tal designação não deve ser tomada exatamente, pois sua obra não é bem um tipo de material que a base está estruturada na álgebra elementar moderna, e nem tão pouco faz semelhança com a álgebra geométrica de Euclides (BAUMGART, 1992; HODGKIN, 2005).

A principal obra de Diofanto chama-se *Arithmetica* (**Figura 2**) onde se fala sobre tratamento das equações indeterminadas, mas necessariamente uma coleção de problemas de aplicação de álgebra, para ele nos problemas indeterminados, considerava que apenas uma solução bastava. Segundo alguns autores (BAUMGART, 1992; HODGKIN, 2005; BURTON, 2011) foram escritos originalmente treze livros do *Arithmetica*, e somente os seis primeiros foram conservados. Vale ressaltar que a obra de Diofanto se assemelha muito a álgebra babilônica. Os babilônicos se preocupavam muito em soluções de aproximada de equações determinadas de até terceiro grau, enquanto sua obra, continha soluções exatas de equações determinadas e indeterminadas. A obra de Diofanto pode ser colocada no estágio sincopado, onde são adotadas algumas abreviações. Nos livros que foram preservados da *Arithmetica* é constante o uso de abreviações para potências e para relações e operações.

Em outro cenário, mais precisamente na Índia e a civilização árabe. Pouquíssimo se sabe sobre a álgebra hindu, assim como em outros países na Índia, no entanto, surgiram dois renomados algebristas nesta civilização: o primeiro foi *Brahmagupta* (viveu em 628 d.C.) o outro grande matemático e o mais importante do século doze foi *Bhaskara*¹. A obra mais conhecida de *Brahmagupta* se chama *Brahmasphuta Siddhanta*. Suas contribuições à álgebra foram inúmeras, permitindo que encontrássemos soluções gerais de equações quadráticas, podendo ter duas raízes, mesmo que uma delas sejam, negativa (BAUMGART, 1992).

¹ A maioria dos autores como BAUMGART (1992), BOYER e MERZBACH (2012), HODGKIN (2005) E BURTON (2011) escrevem seu nome como Bhaskara no entanto o professor Renato Pedrosa, da Unicamp, em seu curso de Cálculo I no canal da UnivespTv no youtube, que pode ser visto no link <https://www.youtube.com/watch?v=vBxka1Hh1As> escreve seu nome como Báscara, em português.

Já *Bhaskara* preencheu algumas falhas na obra de *Brahmagupta*, como exemplo, a

Figura 2: *Arithmetica* de Diofanto.



Fonte:

<https://nl.wikipedia.org/wiki/Diophantus#/media/File:Dioph>

solução geral da equação de *Pell* e foi o último matemático e mais importante da Índia. Sua obra mais conhecida se chama *Lilavati*, e nela reuniu muitos problemas anteriores assim como os de *Brahmagupta*. Em tal obra aproveitou e acrescentou também suas próprias observações.

O trabalho que os hindus tinham com as equações era bem maior que ao de Diofanto. Tentavam achar todas as soluções inteiras, que era possível, provavelmente foram os primeiros a dar métodos gerais de solução (BAUMGART, 1992; BOYER e MERZBACH, 2004).

A notação algébrica simbólica começou a despertar por volta de 1500 d.C., no entanto, para saber quem inventou um determinado símbolo, na maioria das vezes é quase que impossível se chegar a uma conclusão. Segundo Baumgart (1992), em relação ao desenvolvimento do simbolismo da álgebra,

Talvez a melhor maneira de mostrar o seu processo de desenvolvimento seja dar alguns exemplos que mostrem não só a pobreza inicial e a diversidade posterior de

símbolos, como também os graduais aperfeiçoamento e a padronização da notação. (...) A notação moderna é dada abaixo de cada uma das formas antigas.

Cardano (1545): cubos $\bar{p}6$ rebus aequalis 20

$$x^3 + 6x = 20$$

Bombelli (1572): $\frac{6}{I} \cdot p \cdot \frac{3}{8}$. Eguale à 20

$$x^6 + 8x^3 = 20$$

Viète (1591): $I QC - 15 QQ + 85 C - 225 Q + 274 N$ aequatur 120

$$x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120$$

Harriot (1631): $aaa - 3bba = + 2.ccc$

$$x^3 - 3b^2x = 2c^3$$

Descartes (1637): $x^3 - 6xx + 13x - 10 \propto 0$

Wallis (1693): $x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0$ (BAUMGART, 1992, p. 12-13)

2.2 Equações Algébricas

O que são equações algébricas?

Formalmente, definimos uma equação algébrica como sendo toda igualdade do tipo:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0 \quad (1)$$

onde n é um número inteiro e positivo no qual denominamos de grau da equação; x é a incógnita e os números a_i , $i \in [0, 1, 2, \dots, n]$, são chamados de coeficientes da equação e, necessariamente, $a_0 \neq 0$. Dizemos ainda que toda equação que se encontra escrita como a Equação (1) está em sua *forma canônica* e podemos chama-la de *Equação Polinomial*.

A solução de uma equação algébrica é um número α tal que a Equação (1) possa ser escrita como:

$$a_0\alpha^n + a_1\alpha^{n-1} + \dots + a_{n-1}\alpha + a_n = 0 \quad (2)$$

Segundo Caraça (2003, p.144) “o *problema fundamental* da teoria das equações algébricas é a *determinação das suas raízes*, ou seja, a *resolução* da equação”. Então, determinar o valor α não é uma tarefa fácil e duas questões em relação a equação devem ser levadas em consideração:

- a) Se a equação tem raízes e quantas?
- b) Se possui raízes, como determinar todas elas?

A resposta para tais indagações depende do tipo de equação que se esteja querendo solucionar. Por exemplo, as equações polinomiais de 1º grau são equações do tipo

$$ax + b = 0, \quad a \neq 0 \quad (3)$$

cuja solução é dada por

$$x = -\frac{b}{a}, \quad a \neq 0 \quad (4)$$

Perceba que a Equação (3) admite apenas uma solução $x = \alpha$ (ou uma raiz) dada pela Equação (4). O processo de obtenção de x é dado pelas regras aritméticas usuais na matemática e pode ser encontrada em DOMINGUES (1991).

Já a equação dada por

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad (5)$$

é chamada de Equação (geral) Polinomial do 2ª grau e suas raízes (soluções para a equação) são dadas pelas expressões

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad a \neq 0 \quad (6)$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad a \neq 0 \quad (7)$$

As expressões dadas pelas Equações (6) e (7) podem ser agrupadas em uma única equação (geral) conhecida também como *Fórmula de Bhaskara*². Assim, juntando as equações mencionadas temos

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad a \neq 0 \quad (8)$$

O fato é que existem uma infinidade de equações e resolver cada uma delas nem sempre é possível por métodos analíticos convencionais. A partir do momento que o grau de uma equação polinomial começa a ficar acima do grau 2 começam a aparecer dificuldades intrínsecas ao tipo de equação. Um exemplo de uma equação de grau maior que 2 que o processo de obtenção de suas soluções se deu de forma complexa é a equação de grau 3.

Uma equação polinomial do 3º grau é uma equação dada por

$$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0, \quad a_0 \neq 0 \quad (9)$$

A solução é determinada após muitos artifícios, trabalho exaustivo e realização de uma transformação $x = \frac{y - a_1}{3a_0}$ que reduz a Equação (9) em

$$y^3 + ay + b = 0 \quad (10)$$

Assim, prova-se que a solução é

$$y = \sqrt[3]{-\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} \quad (11)$$

(CARAÇA, 2003).

² Apesar do nome de Bhaskara aparecer muito como sendo o principal autor da equação, segundo Garbi (2010, p. 25) a fórmula foi descoberta por um matemático hindu chamado de Sridhara (991-?).

3. O SOFTWARE MAXIMA

Este capítulo baseia-se na página oficial do software e do seu manual que podem ser acessados em <http://maxima.sourceforge.net./pt/index.html>.

O *Maxima* é um software livre que possui por objetivo a realização de cálculos matemáticos dos mais simples aos mais complexos, podendo ser de natureza numérica ou simbólica. É capaz também de manipular expressões algébricas, derivar, integrar e permite montar uma variedade extensa de gráficos. O software foi desenvolvido no *MIT AILab* (Laboratório de Inteligência Artificial do Instituto Tecnológico de Massachussets) no final de 1960. O *Maxima* vem da descendência do *Macysma* um sistema fantástico de álgebra computacional também desenvolvido pelo MIT entre os anos de 1968 e 1982.

Segundo o site oficial do software *Maxima*

Este é o único sistema baseado nesse programa que ainda está disponível publicamente e com uma comunidade ativa de utilizadores graças a natureza do software aberto. *Macysma* foi revolucionário nos seus dias e muitos sistemas posteriores, tais como o *Maple* e *Mathematica*, inspiram-se nele (<http://maxima.sourceforge.net./pt/index.html>,?).

Willian Schelter manteve, desde 1982 até a sua morte em 2001, a versão do software que ficou conhecido como *Maxima*, do qual se diferenciava da versão comercial. Em 1998 ele ganhou autorização do *DOE* (Departamento Of Energy- Departamento de Energia) para ser publicado o código fonte, sob a licença de software livre o *GPL*.

3.1 Instalando o Maxima

O *Maxima* pode ser instalado no Linux como no Windows, na hora de instalar o software *Máxima* no Windows pode-se fazer o download de um arquivo executável que instala o *Maxima* no computador. A versão utilizada neste tutorial é a versão **16.04.2** para o Windows e

Figura 3: Página oficial do projeto *Maxima*.

Name	Modified	Size	Downloads / Week
Maxima-Linux	2017-10-31		80
Maxima-MacOS	2017-10-27		366
Maxima-Windows	2017-10-04		2,664
Maxima-source	2017-10-03		130
Maxima	2008-12-04		13
Totals: 5 Items			3,253

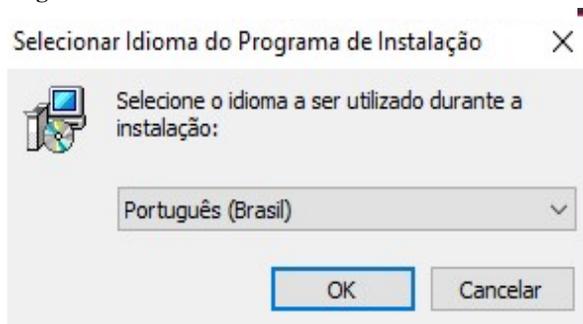
Fonte: Do autor.

o download pode ser feito no link: <http://maxima.sourceforge.net/pt/download.html>.

No site você precisa escolher o download de acordo com o sistema operacional do seu computador, como mostra a **Figura 3**.

Clique em cima do download escolhido. Logo após, vai aparecer a janela para selecionar o idioma. Depois de selecionado clique em ok (**Figura 4**).

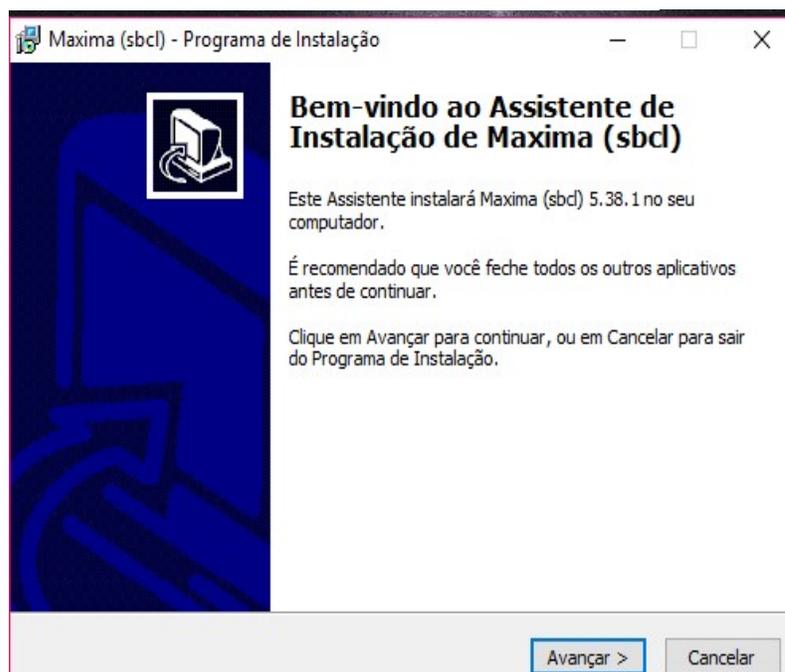
Figura 4: Selecionando o idioma.



Fonte: Do autor.

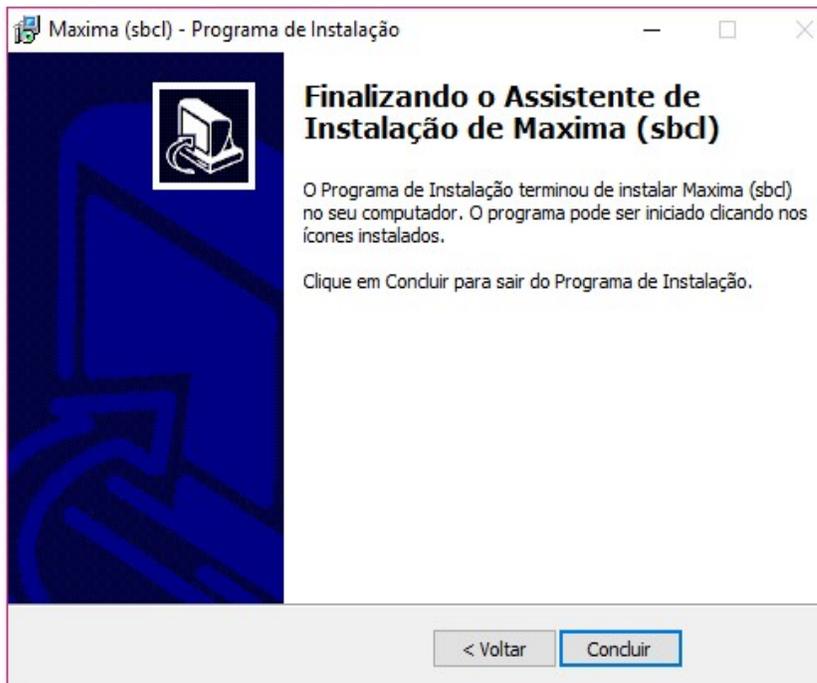
Depois de clicar em ok, vai aparecer outra janela do assistente de instalação do software *Maxima*, conforme mostra a **Figura 5**. Clique em avançar em todas as janelas que aparecerem até que a tela final, ou seja, a de conclusão de instalação, apareça (**Figura 6**).

Figura 5: Assistente de Instalação do Software Maxima.



Fonte: Do autor.

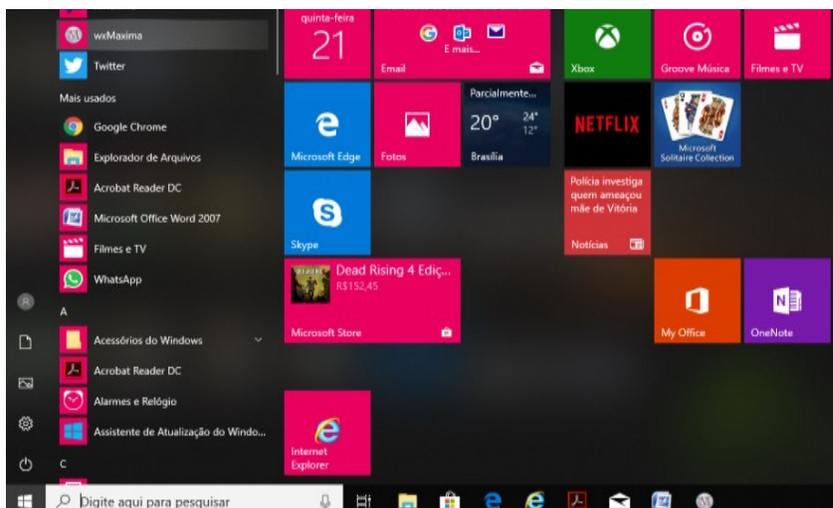
Figura 6: Assistente de Instalação do Software *Maxima* (concluir instalação).



Fonte: Do autor.

Após finalizar toda a instalação, localize o *Maxima* no menu iniciar do Windows e clique no ícone do programa (**Figura 7**).

Figura 7: Localizando o Maxima no menu iniciar do Windows.



Fonte: Do autor.

Figura 8: Área de Trabalho do *Maxima*.

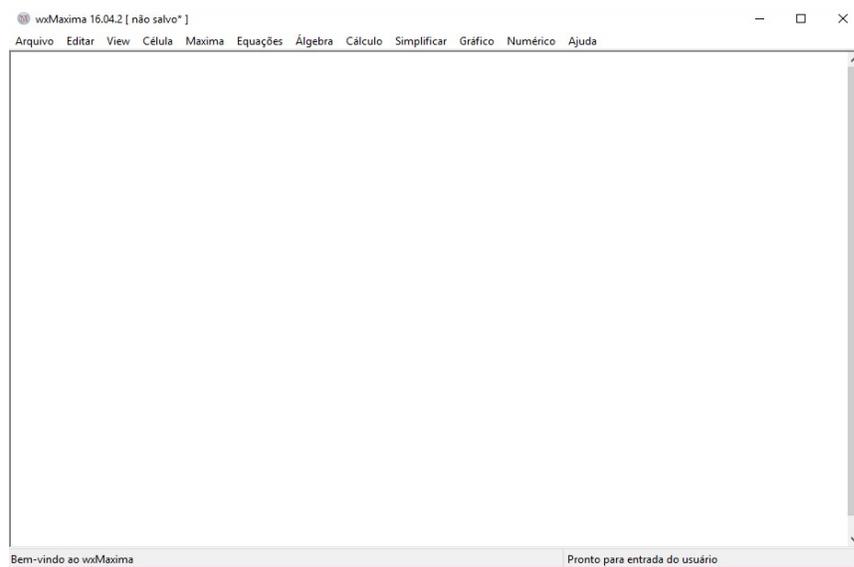


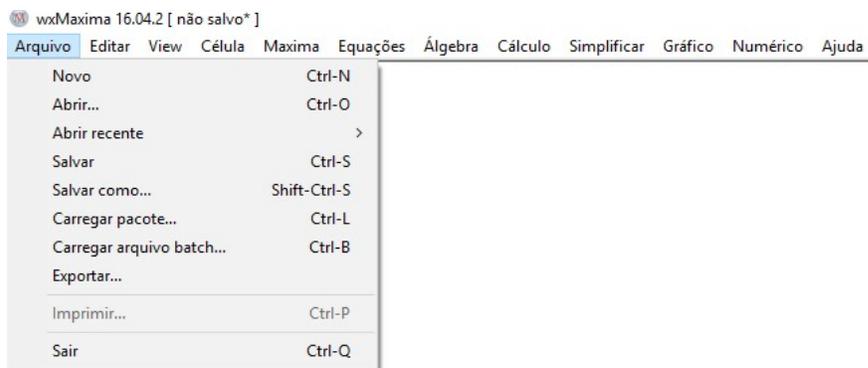
Figura 8: Área de Trabalho do *Maxima*.

Figura 9: Barra de Título (1), Menu Principal (2) do *Maxima*.



Fonte: Do autor

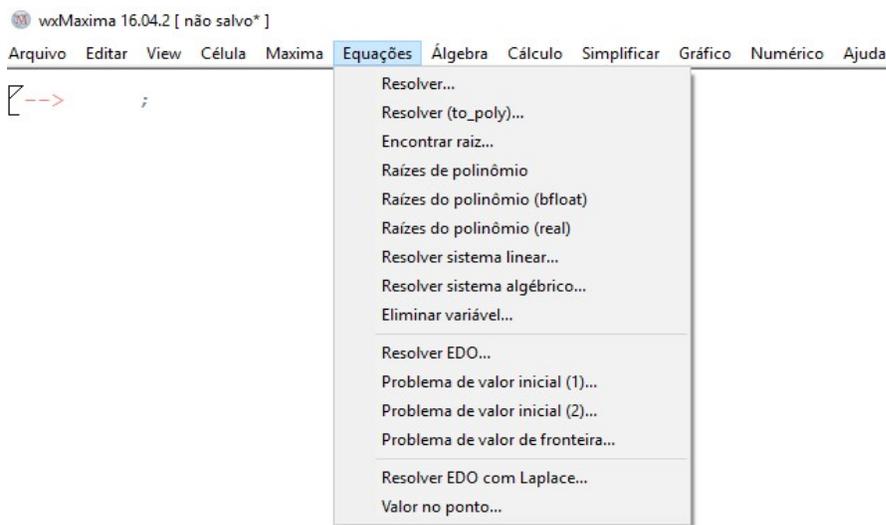
Figura 10: Submenu *Arquivo*.



Fonte: Do autor.

Ao iniciar o software será exibida uma janela com a *área de trabalho* e nela a *menu principal*, como mostram as figuras 8 e 9, respectivamente.

No menu principal temos os submenus: *Arquivo*, *Editar*, *View*, *Célula*, *Maxima*, *Equações*, *Álgebra*, *Calculo*, *Simplificar*, *Gráficos*, *Numérico* e *Ajuda*. Quando se clica com o

Figura 11: Submenu *Equações*.

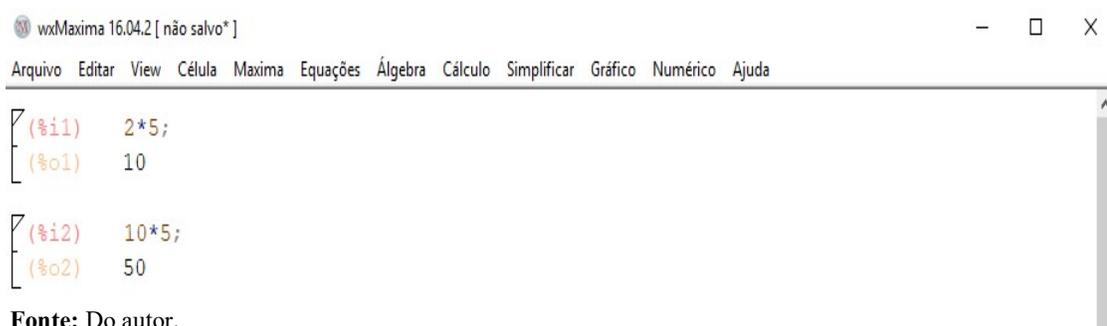
Fonte: Do autor.

mouse em cima desses submenus do menu principal, abre-se outras janelas com mais alternativas. As figuras 10 e 11 exemplificam as opções em cada submenu.

3.2 Trabalhando com o *Maxima*

Ao se iniciar uma seção no *Maxima*, aparece a marca **(%i1)** que quer dizer input 1. Deve-se digitar um comando válido ao lado da marca, esse comando ficara vinculado a uma variável interna **(%i1)**, e o resultado vai ser apresentado em outra marca **(%o1)**(output 1), que fica vinculado internamente a outra variável **(%o1)**, logo após aparecerá a marca **(%i2)** permitindo escrever um segundo comando e assim ordenadamente, como mostra a **Figura 12**.

É importante sempre que digitar qualquer comando aperta a tecla *Enter*, pois só assim o *Maxima* vai executar o comando. O uso mais simples do *Maxima* é como calculadora. Desta forma podemos realizar operações básicas como somar, subtrair, multiplicar, dividir entre outras operações (**Figura 13**).

Figura 12: Input e output.

Fonte: Do autor.

Figura 13: Calculando no *Maxima*.

```

(%i12) 8*5+3+4;
(%o12) 47

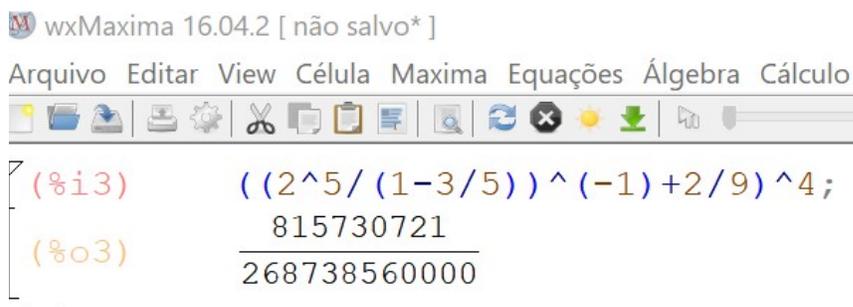
(%i13) 254*365;
(%o13) 92710

(%i14) 9-4;
(%o14) 5

```

Fonte: Do autor.

É possível realizar operações diversas com este software além das mais simples delas. Por exemplo, para calcularmos a expressão $\left(\left(\frac{2^5}{1-\frac{3}{5}}\right)^{-1} + \frac{2}{9}\right)^4$, podemos escrevê-la na linha de comando do *Maxima* da seguinte maneira, como mostrado na **Figura 14**:

Figura 14: Calculando expressões no *Maxima*.


The screenshot shows the wxMaxima 16.04.2 interface. The title bar reads "wxMaxima 16.04.2 [não salvo*]". The menu bar includes "Arquivo", "Editar", "View", "Célula", "Maxima", "Equações", "Álgebra", and "Cálculo". The toolbar contains various icons for file operations, editing, and execution. The command window shows the following input and output:

```

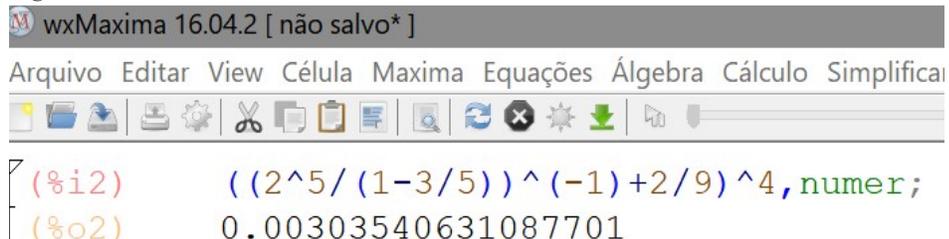
(%i3) ((2^5/(1-3/5))^-1+2/9)^4;
(%o3) 815730721
      -----
     268738560000

```

Fonte: Do autor.

Perceba que o resultado da operação da **Figura 14** está na forma de fração. No entanto, se quisermos que o resultado esteja em decimal usamos o comando **numer** (**Figura 15**).

Além de cálculos aritméticos básicos, pode-se também trabalhar com por exemplo, fatoração, equações (em geral), diferenciação e integração, entre outras manipulações que matemáticas mais complexas.

Figura 15: Utilizando o comando *numer*.


The screenshot shows the wxMaxima 16.04.2 interface. The title bar reads "wxMaxima 16.04.2 [não salvo*]". The menu bar includes "Arquivo", "Editar", "View", "Célula", "Maxima", "Equações", "Álgebra", "Cálculo", and "Simplifica". The toolbar contains various icons. The command window shows the following input and output:

```

(%i2) ((2^5/(1-3/5))^-1+2/9)^4, numer;
(%o2) 0.00303540631087701

```

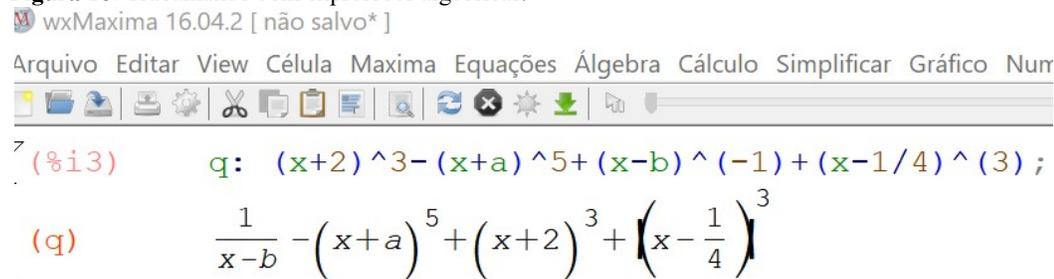
Fonte: Do autor.

3.3 Equações Algébricas no *Maxima*

É fato que todo software de computação algébrica tem objetivo de ser o mais eficiente possível para manipular tais expressões.

No software *Maxima*, para inserir uma expressão algébrica digitamos da seguinte forma (**Figura 16**):

Figura 16: Trabalhando com expressões algébricas.



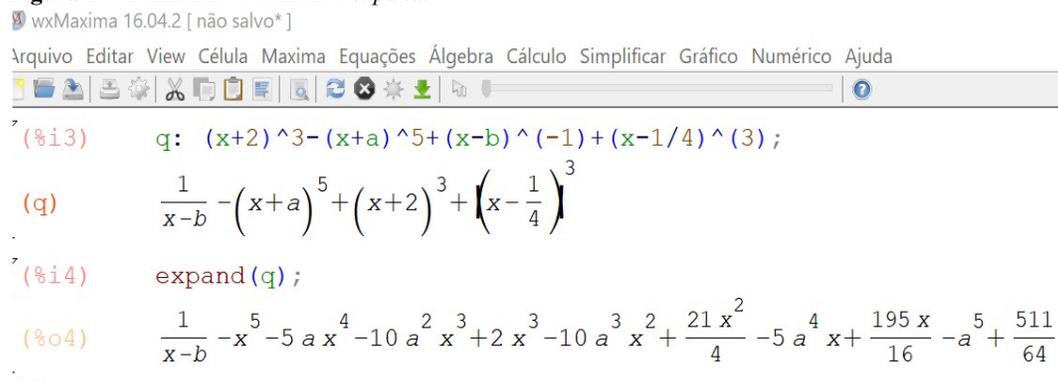
Fonte: Do autor.

A letra **q** neste caso seguida de dois pontos serve para rotular a expressão, ou seja, **q** é dada por $(x+2)^3 - (x+a)^5 + (x-b)^{-1} + \left(x - \frac{1}{4}\right)^3$ e sempre que nos referimos a expressão usamos a letra que a representa. Uma vez nomeada a expressão podemos usar outros comandos para trabalhar com ela. Por exemplo, o comando **expand** encarrega-se de desenvolver as potências expandindo a expressão dada, como mostra a **Figura 17**:

Dada uma expressão com valores literais, podemos substituir algumas das letras nela por outras expressões, como por exemplo, se quisermos trocar $a = 3, b = \frac{1}{2}$ cno exemplo da **Figura 17**, temos o resultado mostrado na **Figura 18**.

Uma observação importante quanto ao que foi digitado na **Figura 17**: o comando **%** identifica a expressão de saída (%o1, %o2, %o3, ...) mais recentemente calculada pelo *Maxi-*

Figura 17: Utilizando o comando *expand*.



Fonte: Do autor.

ma.

Para definir equações é necessário por o sinal de igualdade entre duas expressões, para que o *Maxima* identifique como uma equação e deve-se atribuir a ela uma variável, conforme mostra a **Figura 19**:

O *Maxima* possui diversos comandos para a resolução de equações. Entre eles temos, por exemplo, os comandos (**Figura 20**):

- **solve('equação')** esse comando resolve uma equação polinomial, caso aconteça de ter mais de uma variável na equação, elas devem ser informadas para que os valores pos-

Figura 18: Substituindo valores.

```
(%i4) expand(q);
(%o4) 
$$\frac{1}{x-b} - x^5 - 5 a x^4 - 10 a^2 x^3 + 2 x^3 - 10 a^3 x^2 + \frac{21 x^2}{4} - 5 a^4 x + \frac{195 x}{16} - a^5 + \frac{511}{64}$$

(%i5) %, a=3, b=(1/2)*c;
(%o5) 
$$\frac{1}{x - \frac{c}{2}} - x^5 - 15 x^4 - 88 x^3 - \frac{1059 x^2}{4} - \frac{6285 x}{16} - \frac{15041}{64}$$

```

Fonte: Do autor.

sam ser calculados;

- **allroots('equação')** podemos utilizar esse comando quando se tratar de equações polinomiais, o software irá fazer o cálculo de suas raízes reais ou complexas;
- **realroots('equação,erro')** este comando determina as raízes reais de uma equação polinomial de uma variável e coeficientes reais, através de um erro de aproximação fornecido;

Figura 19: Definindo Equações.

wxMaxima 16.04.2 [não salvo*]

Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

```
(%i13) 23*x-16=14-17*x; /* comandos digitados no Maxima */;
(%o13) 23 x -16 =14 -17 x /* Resposta do Maxima */;
```

Fonte: Do autor.

O software *Maxima* é uma ferramenta interessante para se trabalhar as diversas áreas da matemática e abre um leque de possibilidades muito grande. Sendo um software livre, facilita a utilização dele em diversos ambientes pois está aberto a todos os que trabalham com matemática e entusiastas dela.

Existem diversos manuais que podem ser encontrados na internet e livros que podem ser adquiridos em uma grande quantidade de lojas virtuais. Segue abaixo uma lista de links de manuais e links de livros que utilizam o software em diversas aplicações:

Figura 20: Utilizando os comandos *solve*, *realroots*, *allroots*.

```

wxMaxima 16.04.2 [ não salvo* ]
Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Ajuda

(%i7) Eq: 23*x-16=14-17*x;
(Eq) 23 x-16=14-17 x

(%i8) solve (Eq);
(%o8) [ x= 3/4 ]

(%i9) Eq1: z^8+4*z^3-100=0;
(Eq1) z^8+4 z^3-100=0

(%i10) solve (Eq1);
(%o10) [ 0=z^8+4 z^3-100 ]

(%i11) realroots (Eq1, 1e-4);
(%o11) [ z=-59883/32768, z=56613/32768 ]

(%i12) allroots (Eq1);
(%o12) [ z=1.25800409291715 %i+1.306931021404507, z=1.306931021404507 -
1.25800409291715 %i, z=1.257845971326792 %i-1.206931021504507, z=-
1.257845971326792 %i-1.206931021504507, z=1.778990032906211 %i -
0.05007905303712758, z=-1.778990032906211 %i-0.05007905303712758, z=
1.727663122792024, z=-1.827505016517769 ]

Bem-vindo ao wxMaxima
Pronto para entrada do usuário

```

Fonte: Do autor.

- <http://maxima.sourceforge.net/> (site oficial do *Maxima* para download e documentação);
- <http://andrejv.github.io/wxmaxima/> (site com diversos exemplos e manuais);
- http://w3.ufsm.br/petmatematica/images/minicursos/Apostilas/apostila_software_wxmaxima.pdf (manual *Maxima* do Grupo PET da UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA – RS);
- <http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/maxima/Tutorial-wxmaxima.pdf> (manual da Universidade Estadual do Oeste do Paraná– UNIOESTE);
- <http://www.mat.ufpb.br/flank/index.php/2-uncategorised/6-wxmaxima> (página da Universidade Federal da Paraíba – UFPB onde encontramos diversos manuais do *Maxima*).

4. ENSINO DE ÁLGEBRA E TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

4.1 Tecnologia no Ensino de Matemática

Um dos debates mais frequentes no Brasil é sobre o uso da Informática na Educação e principalmente no ensino de matemática. Há muitos discursos sobre o perigo que a utilização da informática pode trazer para a aprendizagem dos alunos assim como suas contribuições (BORBA e PENTEADO, 2012; ALMEIDA, 2000; SILVA e GRACIAS et al, 2000; NETO, 2007; BELINE e COSTA, 2010; PEIXOTO et al, 2015).

Um erro comum é pensar que basta que o aluno aperte uma tecla e o computador irá fazer tudo sozinho assim como é equivocado ter uma concepção de que se o computador passa a realizar o raciocínio lógico, o aluno não vai mais raciocinar e deixará de desenvolver sua inteligência. Para ARRUDA (2004) o uso de recursos faz com que as necessidades dos alunos sejam atendidas e torna o ambiente da aula mais agradável e uma aprendizagem significativa.

Todavia o professor deve adequar a atividade computacional ao conteúdo que vai ser trabalhado, não tirando o foco da proposta pedagógica, e as atividades devem ser instigantes, desafiadoras para o aluno fazendo com que ele use o raciocínio lógico despertando sua curiosidade pelo conteúdo trabalhado. “O computador pode ser um problema a mais na vida já atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como profissional da educação” (BORBA e PENTEADO, 2012, p.15). Muitos defendem o uso de computadores por eles estarem relacionados às cores e por sua eficiência, trazendo uma motivação maior nas aulas “[...] o seu uso na educação poderia ser a solução para a falta de motivação dos alunos” (BORBA e PENTEADO, 2012, p.15).

BORBA e PENTEADO (2012) destacam que o acesso a informática é um direito do aluno e as escolas devem assegurar uma educação que inclua esse recurso em suas metodologias, devido ao computador estar presente na sociedade. Os autores deixam claro que quando falamos do uso do computador, não devemos vê-los como um curso de informática, porém que esteja inserido em atividades essenciais, sendo elas: aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver e compreender operações matemáticas.

É preciso que o professor transforme a maneira de planejar as aulas e de ministrá-las, pois os recursos tecnológicos exigem ritmos novos e medidas ligadas a tarefa de ensinar e aprender. Esse aprender requer do aluno participação e interesse. Não só devemos ter acesso à

informação, mas temos que lidar com ela transformando em oportunidade para várias realizações na vida diária.

São inúmeros fatores que afetam a utilização do computador na escola como ferramenta pedagógica. Entre elas se destaca a qualidade da formação do professor. STAHL (2008) afirma que

Os professores precisam entender que a entrada da sociedade na era da informação exige habilidades que não tem sido desenvolvida na escola, e que a capacidade das novas tecnologias de propiciar aquisição de conhecimento individual e independente implica num currículo mais flexível, desafia o currículo tradicional e a filosofia educacional predominante, e depende deles a condução das mudanças necessárias (STAHL, 2008, p. 299).

São grandes os desafios para os professores e muitos deles não estão preparados para fazer uso das novas tecnologias. VALENTE (1999) compreende que a formação do professor não está unida ao avanço da tecnologia por que as mudanças pedagógicas são complexas e difíceis de entender. A introdução do computador da educação tem ajudado muito no processo de ensino e aprendizado, mesmo que o resultado não seja muito visto na prática.

O fato é que não há como não admitir que um computador seja mais atraente para um estudante do que um caderno e um lápis, todavia não podemos negar que novas tecnologias vêm surgindo, e que elas podem sim contribuir no ensino e aprendizagem. Ensinar é um desafio e necessita de certa dose de criatividade. Em geral os professores precisam estar atentos aos erros dos estudantes nos temas abordados por ele. E quando se trata de álgebra os erros são astronômicos.

4.2 Ensino de Álgebra

A álgebra é responsável pelas confusões de significados e operações por parte dos alunos e isso pode gerar consequências negativas em relação a matemática e mesmo na autoestima dos estudantes (BOOTH, 1997).

Falando por experiência, todos nós que passamos pelas séries fundamentais, quando nos deparamos com a álgebra, sentimos as dificuldades de compreensão de conceitos e representações devido ao costume que sempre tivemos com os números. Quando tudo passa a ser representado por letras ou outra forma de representação, é que as coisas ficam bem complexas.

BOOTH (1997) afirma que os alunos procuram desenvolver suas habilidades em álgebra a partir de suas experiências da aritmética e acabam sendo induzidos ao erro de sempre querer representar e apreender os resultados, em álgebra, numericamente.

“Em aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral. Uma razão para se estabelecerem essas afirmações gerais é usá-las como "regras de procedimento" para a resolução de problemas adequados e, então, achar respostas numéricas, mas o foco imediato é o estabelecimento, a expressão e a manipulação da própria afirmação geral. Muitos alunos não percebem isso e continuam achando que devem dar uma resposta numérica.” (BOOTH, 1997, p. 24)

É importante que o professor esteja atento as particularidades da álgebra e, em especial, as equações algébricas, pois, os há muita confusão quanto a simbologia e propriedades. E quando se fala em simbologia entramos na questão da definição de variável:

“(...) Um dos aspectos mais importantes da álgebra talvez seja a própria idéia de "variável". Mesmo quando as crianças interpretam as letras como representações de números, há uma forte tendência a considerar que as letras representam valores específicos únicos, como em " $x + 3 = 8$ ", e não números genéricos ou variáveis como em " $x + y = y + x$ " ou " $A = b \times a$ " (...)" (BOOTH, 1997, p. 31)

As letras para significação de valores genéricos sempre são mal interpretadas e isso torna o trabalho do professor ainda mais desafiador. Utilizar diversas metodologias de ensino para desmistificar as incoerências causadas no aprendizado de álgebra é o foco das pesquisas na área além de dar significado à sua importância.

4.3 Por que utilizar o Software *Maxima* no ensino de equações algébricas?

Uma das formas de investigar como se dá a compreensão dos alunos em face à dupla prática e teoria, em relação ao conteúdo abordado é a utilização da tecnologia no ensino. Utilizar softwares no ensino de álgebra já é uma possibilidade alcançável que o professor pode utilizar a seu favor. Para VALENTE (1999) quando se utiliza Software educacional permite que as aulas se tornem mais atraentes e interativas. A tecnologia se desenvolveu de uma forma muito rápida e com isso surgiu vários aplicativos computacionais, em várias disciplinas podemos encontrar um desses aplicativos, tem simuladores e jogo, e sempre respeitando um requisito e característica, e que com certeza pode auxiliar muito o professor no ambiente de trabalho.

Todavia o computador é uma ferramenta que pode auxiliar o professor nas aulas. Na autonomia e criatividade. Entretanto para que isso aconteça se faz necessário que o professor venha assumir o seu papel de mediador entre aluno, conhecimento e computador (VALENTE, 1999).

No estudo de equações algébricas, existe uma complexidade muito grande de compreender os conceitos e visualizá-los. E como já foi dito neste trabalho, o uso de softwares auxiliam em tais dificuldades. Em relação as equações, o software *Maxima* foi desenvolvido

especialmente para manipulações algébricas.

É fato que o *Maxima* trabalha muito mais além do que simples expressões algébricas, no entanto, para o ensino de matemática ele se mostra bastante interessante, principalmente no que tange a visualização de conceitos e gráficos que os exemplificam. RODRIGUES (2013) tem um trabalho interessante sobre o uso do software em estudo de funções polinomiais de 1º e 2º graus, que trata muito bem as vantagens de sua utilização em relação ao tema de compreensão e visualização de conceitos algébricos.

Evidentemente que existem vantagens e desvantagens na utilização do *Maxima*. Uma das desvantagens é a linguagem, uma vez que todos os comandos são em inglês e isto pode ser um motivo de barreira ao se deparar com o software nas primeiras vezes. No entanto, as vantagens em utilizá-lo ultrapassam as dificuldades iniciais de contato com ele.

5. PESQUISA E RESULTADOS

5.1 Metodologia da pesquisa

A metodologia de pesquisa escolhida é qualitativa, de caráter exploratório e dedutiva com intuito de tirar as conclusões necessárias em relação ao uso do Software *Maxima* no auxílio do processo de ensino e aprendizagem de equações algébricas.

Segundo os PCN o computador pode ser utilizado nas aulas de matemática com várias finalidades:

- Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
- Como auxiliar no processo de construção do conhecimento;
- Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de software que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
- Como ferramenta para realizar determinadas atividades - uso de planilhas eletrônica, processadores de texto, banco de dados etc. (BRASIL.1998, p. 44).

Entretanto tudo indica que o computador pode ser um grande aliado no processo de crescimento cognitivo dos alunos, e que seu bom uso pode estabelecer uma relação de proximidade entre professor e aluno.

Após uma revisão bibliográfica extensa e baseando-se nas observações advindas das disciplinas de Práticas de ensino e Estágios Supervisionados, além evidentemente das observações no período de trabalho dedicado à pesquisa, desenvolveu-se atividades a serem trabalhadas junto as software com objetivo de dar mais significados ao tópico de equações algébricas e possibilidade de visualização do comportamento de tais equações.

Todo o procedimento para realização da pesquisa baseia-se em textos de FAZENDA (1995), BORBA e ARAÚJO (2004), MARCONI e LAKATOS (2004) e REY (2010).

5.2 Fase de Investigação e preparação da pesquisa

Primeiramente fez-se uma pesquisa nas escolas do município de Santana do Araguaia-PA objetivando conhecer se possuíam laboratório de informática para que a aplicação das atividades fosse realizada. No entanto, infelizmente, tais escolas não ofereciam salas de informática utilizáveis, impossibilitando que a pesquisa tivesse início de imediato.

Após longa investigação decidiu-se verificar a possibilidade da utilização do laboratório de informática do Polo presencial da Universidade do Norte do Paraná – UNOPAR do município, a qual deu sua liberação para o uso.

A turma escolhida para aplicação das atividades foi do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Jorceli Silva Sestari (a turma escolhida estava funcionando

também no mesmo prédio da UNOPAR, o que facilitou todo o processo) pela impossibilidade de trabalhar com turmas do fundamental (como proposto no pré-projeto deste trabalho). Observa-se que, pela falta de um número maior de computadores, apenas 9 alunos da turma foram liberados para fazer parte da pesquisa. Evidentemente, os resultados obtidos são estritamente do grupo ao qual foi trabalhado, no entanto, a partir destes, pode-se inferir algumas conclusões e apontamentos sobre as relações existentes entre a matemática e o processo de ensino e aprendizagem da mesma. A escolha da turma se mostrou óbvia devido o tópico de equações serem vistos no conteúdo de funções reais e que estavam tendo oportunidade de revisão e novo olhar sobre tais.

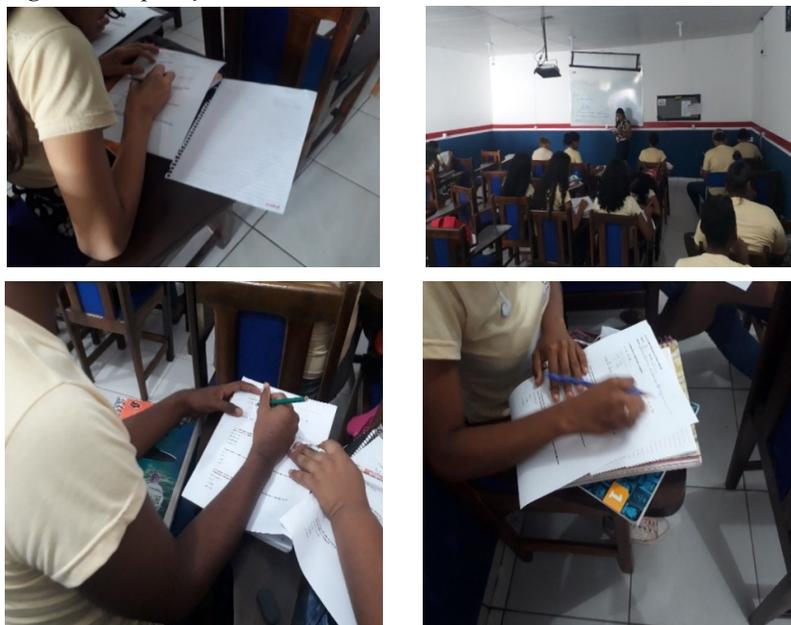
Vale a pena ressaltar que todas as atividades desenvolvidas com a turma ocorreram em períodos de aulas vagas dos alunos, sem que fossem prejudicados em outras disciplinas.

As etapas da pesquisa foram as seguintes:

- Aplicação de pré-teste sobre questões básicas de equações algébricas;
- Oficinas sobre equações algébricas e utilização do software *Maxima*;
- Pós-teste, para verificar aprendizado;
- Questionário para obtenção de “feedback” de todo o processo de aplicação da pesquisa.

Tais ferramentas serviram de base metodológica para o desenvolvimento deste trabalho e das conclusões inferidas no texto.

Figura 21: Aplicação do Pré-teste.



Fonte: Do autor

5.3 Aplicação de pré-teste

No primeiro dia de pesquisa foi aplicado um pré-teste (Figura 21 e Figura 22) para testar os conhecimentos desses alunos, com relação as equações do primeiro grau (os mesmos já tiveram contato com tais equações no Ensino Fundamental). O pré-teste composto de quatro questões com alternativas a, b, c, d sendo somente as questões 2,3 e 4 são objetivas, mas para marcar a questão certa teriam que resolver a equação. Com a aplicação do pré-teste foi possível perceber as dificuldades que os alunos encontraram ao lidar com questões, aparentemente simples, de equações do primeiro grau. Observou-se que as maiorias dos alunos da turma não conseguiram resolver uma equação do 1º grau e não recordavam da definição.

Figura 22:Pré-teste.

E. E. E. M. ProfªJorceli Silva Sestari

Serie:_____ **Turma:**_____

Aluno:_____

1) Resolva as equações a seguir:

a) $18x - 43 = 65$

b) $23x - 16 = 14 - 17x$

c) $2(x-3) = 3(x-3)$

d) $4(x + 3) - x = 24 + x$

2) O dobro da quantia que Marcos possui e mais R\$ 15,00 dá para comprar exatamente um objeto que custa R\$ 60,00. Quanto Marcos possui?

a) R\$ 20,00

b) R\$ 20,50

c) R\$ 22,00

d) R\$ 22,50

3) Um número somado com sua metade é igual a 45. Qual é esse número?

a) 15

b) 30

c) 45

d) 90

4) A soma de três números inteiros consecutivos é 60. Qual é o produto entre esses três números?

a) 19, 20 e 21

b) 19

c) 7980

d) 6859

Fonte: Do autor

5.4 Oficinas

Como previsto no cronograma, logo após a aplicação do pré-teste, foram marcadas as oficinas (**Figura 23**). Tais oficinas serviram para lidar com as dificuldades detectadas nas questões do pré-teste e para explicar como utilizar o *Maxima*. Devido as outras atividades da escola, as oficinas basearam-se no conteúdo de equações polinomiais do primeiro grau (vistos também no pré-teste).

Os alunos ficaram bastante empolgados, pois era a primeira vez que estavam usando um laboratório de informática, mais ainda, na disciplina de matemática.

Figura 23: Aplicação das Oficinas.



Fonte: Do autor

5.5 Pós-teste

Após ser trabalhado Equação do 1º Grau com alunos no software *Maxima* durante as oficinas, ainda de acordo com o planejamento, fez-se um pós-teste (**Figura 24**) para verificar o aprendizado dos alunos, e verificar dificuldades ainda persistentes e novas encontradas.

O pós-teste era composto de seis questões, onde quatro delas eram de múltipla escolha com alternativas a, b, c, d, as outras duas eram subjetivas.

Figura 24: Pós-teste.

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA DO ARAGUAIA
 Rua Geraldo Ramalho s/n, Bairro: Centro - Santana do Araguaia, Pará, Brasil.
 Cep 68560000 E-mail: iea@unifesspa.edu.br Tel: (94) 2101-5937 ou 2101-5936

PÓS-TESTE

Aluno: _____

1) Resolva as equações a seguir:

a) $2x - 7 = 4x = 13$

b) $3(x+7) = -2(x-1) = 5$

2) Ache a solução para x na equação $8 + x = 19$

3) Ao somar todos os gastos da semana, Maria somou, por engano, duas vezes o valor da conta do supermercado, o que resultou num gasto total de R\$ 832,00. Porém, se ela não tivesse somado nenhuma vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R\$ 586,00. O valor correto dos gastos de Maria durante essa semana foi

- (a) R\$ 573,00.
- (b) R\$ 684,00.
- (c) R\$ 709,00.
- (d) R\$ 765,00.
- (e) R\$ 825,00.

4) Qual é o valor de x que poderá satisfazer a equação do primeiro grau: $3x + 4(1 + x) + 2 = 5x - x - 6$?

- a) 4
- b) -4
- c) 2
- d) 3

5) Existe um número que somado com seu triplo é igual ao dobro desse número somado com doze. O valor desse número é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

6) João tem 5 filhos, sendo que dois deles são gêmeos. A média das idades deles é 8,6 anos. Porém, se não forem contadas as idades dos gêmeos, a média dos demais passa a ser de 9 anos. Pode-se concluir que a idade dos gêmeos, em anos, é

- (a) 6,5.
- (b) 7,0.
- (c) 7,5.
- (d) 8,0.
- (e) 8,5.

Fonte: Do autor

Ao final do pós-teste fez-se um questionário sobre o software *Maxima* nas aulas de matemática, com o intuito de avaliar sobre o que os alunos acharam das aplicações.

5.6 Resultados

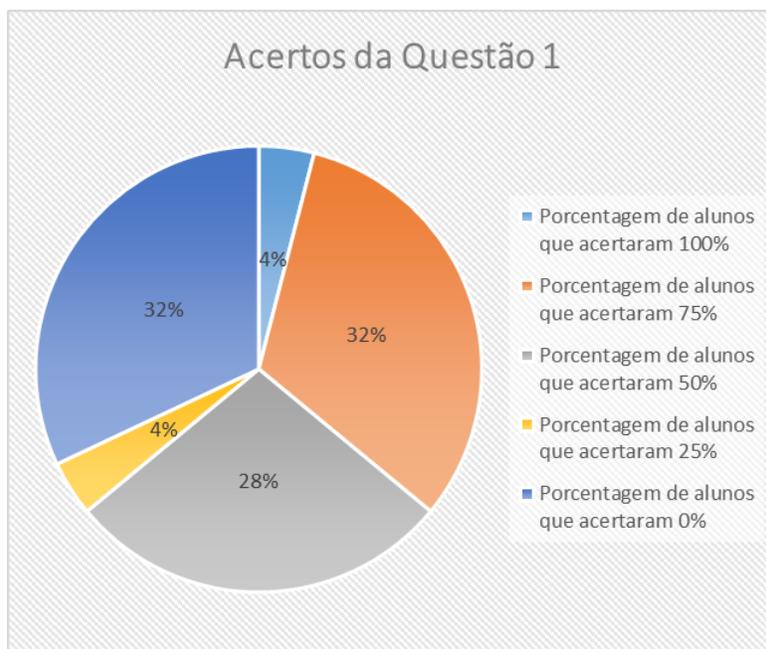
Depois de todo o processo de aplicação de pré-teste, oficinas, pós-teste e questionários pode-se chegar a alguns resultados e apontamentos inerentes ao processo de ensino aprendizagem. Mesmo que o número limitado de estudantes que puderam participar das oficinas e pós-teste, o pré-teste foi repassado a toda a turma, no caso, 25 alunos que estavam na aula.

5.7 Resultados do Pré-teste

Com a aplicação do pré-teste (**Figura 22**) foi possível ter ideia do panorama do conhecimento da turma.

Em relação as quatro questões passadas para os estudantes, o número de acertos foi bem variado. Para a questão 1, apenas um dos alunos acertou ela por inteiro, 8 alunos acertaram 75% da mesma, 8 não acertaram um item da questão 1, 7 acertaram 50% da mesma e 1 acertou 25% (**Gráfico 1**).

Gráfico 1: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 1.

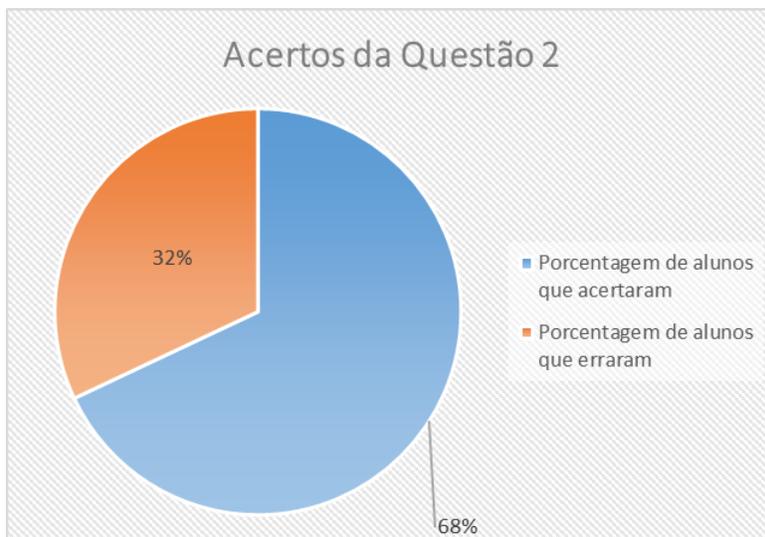


Fonte: Do autor

Para a questão 2, 17 alunos acertaram a questão e 8 a erraram (**Gráfico 2**). No entanto, para a questão 3, houve 18 erros contra 7 acertos (**Gráfico3**).

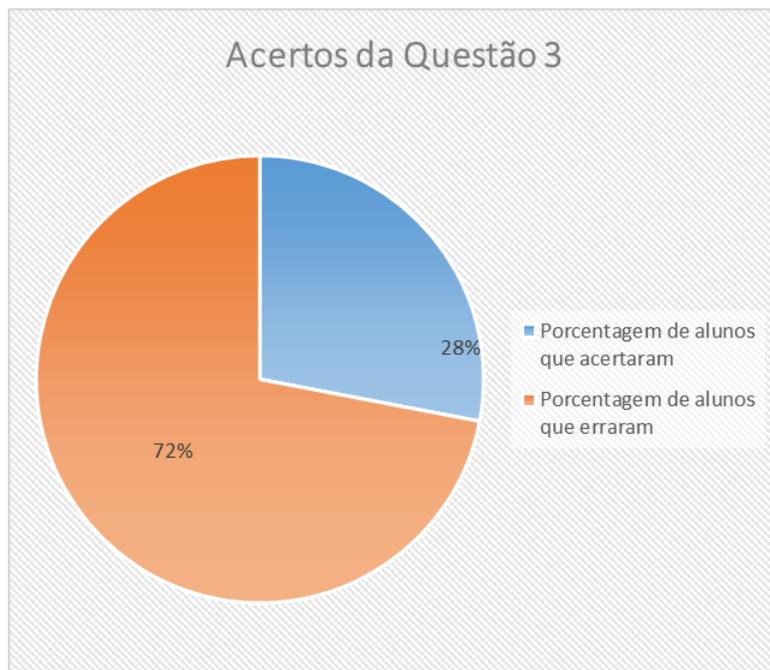
Finalmente, teve-se 12 acertos na questão 4 e 13 erros (**Gráfico 4**).

Gráfico 2: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 2.



Fonte: Do autor

Gráfico 3: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 3.

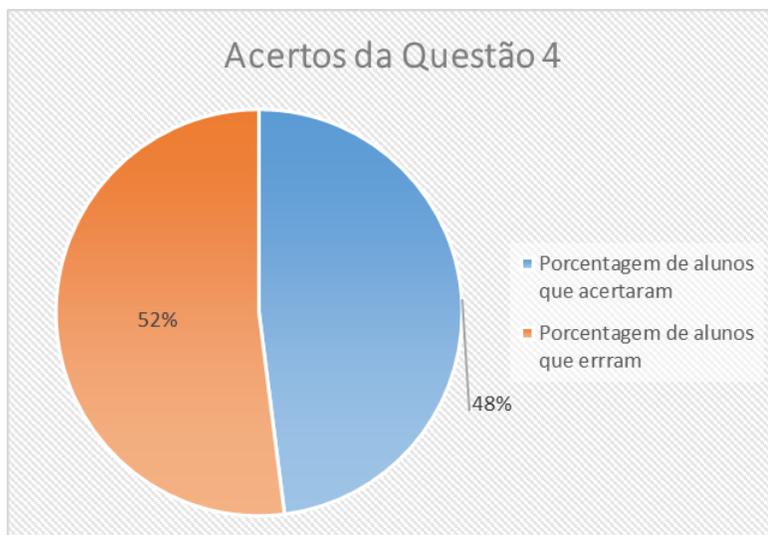


Fonte: Do autor

Observa-se que para questão 1 a porcentagem de acertos total ou parcial é muito pequena, uma vez que são questões que têm como exigência que sejam feitas “a mão”, isto é,

que forçam os estudantes a fazerem as manipulações algébricas inerentes ao problema. Alguns tipos de erros foram muitos comuns e mostram o pouco conhecimento de conceitos e

Gráfico 4: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 4.



Fonte: Do autor

Figura 25: Erros da questão 1 de um dos alunos.

1) Resolva as equações a seguir:

a) $18x - 43 = 65$
 $18x - 43 - 65 = 0$
 $x = 18 + 22$
 $x = 40$

b) $23x - 16 = 14 - 17x$
 $23x + 17x - 16 - 14 = 0$
 $x = 40 - 16 - 14 = 0$
 $x = 40 + 30 = 0$
 $x = 70$

c) $2(x-3) = 3(x-3)$
 $2(x-3) - 3(x-3) = 0$
 $2x - 6 - 3x + 9 = 0$
 $5x - 12 = 0$
 $x = \frac{12}{5} = 2,4$
 $x = 2,4$

d) $4(x+3) - x = 24 + x$
 $4x + 12 - x - 24 = x$
 $4x + 12 - 24 = x$
 $x = 4 - 12$
 $x = -8$

Fonte: Do autor

ferramentas de manipulação algébrica (Figura 25 e 26).

O número de acertos da questão 2 a 4 varia bastante também. Ora a questão 2 tem um número de acertos maior ora a 3 tem menor. É possível que o fato de ser de múltipla escolha pode deixar a “sorte”, mesmo mostrando os procedimentos de ter encontrado a solução. A maioria mostrou-se muito intuitivos ao lidar com questões no estilo das de múltipla escolha.

Figura 26: Erros da questão 1 de um dos alunos.

1) Resolva as equações a seguir:

a) $18x - 43 = 65$

$$\begin{aligned} 18x - 43 &= 65 \\ 18x &= 65 + 43 \\ 18x &= 108 \\ x &= 108/18 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

c) $2(x-3) = 3(x-3)$

$$\begin{aligned} 2x - 6 &= 3x - 9 \\ 2x + 3 &= 3 - 6 \\ 5x &= -3 \\ x &= -3/5 \end{aligned}$$

b) $23x - 16 = 14 - 17x$

$$\begin{aligned} 23x - 16 &= 14 - 17x \\ 23x + 17x &= 14 + 16 \\ 40x &= 30 = 3/4 \\ x &= 0,75 \end{aligned}$$

d) $4(x+3) - x = 24 + x$

$$\begin{aligned} 4x + 12 - x &= 24 + x \\ 3x + 12 &= 24 + x \\ 3x - x &= 24 - 12 \\ 2x &= 12 \\ x &= 12/2 \end{aligned}$$

Fonte: Do autor

Figura 27: Resolução do pré-teste pelo *Maxima*.

Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico

```
(%i1) p:18*x-43=65;
(p) 18 x-43=65

(%i2) solve(p);
(%o2) [x=6]

(%i3) q:23*x-16=14-17*x;
(q) 23 x-16=14-17 x

(%i4) solve(q);
(%o4) [x= 3/4 ]

(%i5) r:2*(x-3)=3*(x-3);
(r) 2 (x-3)=3 (x-3)

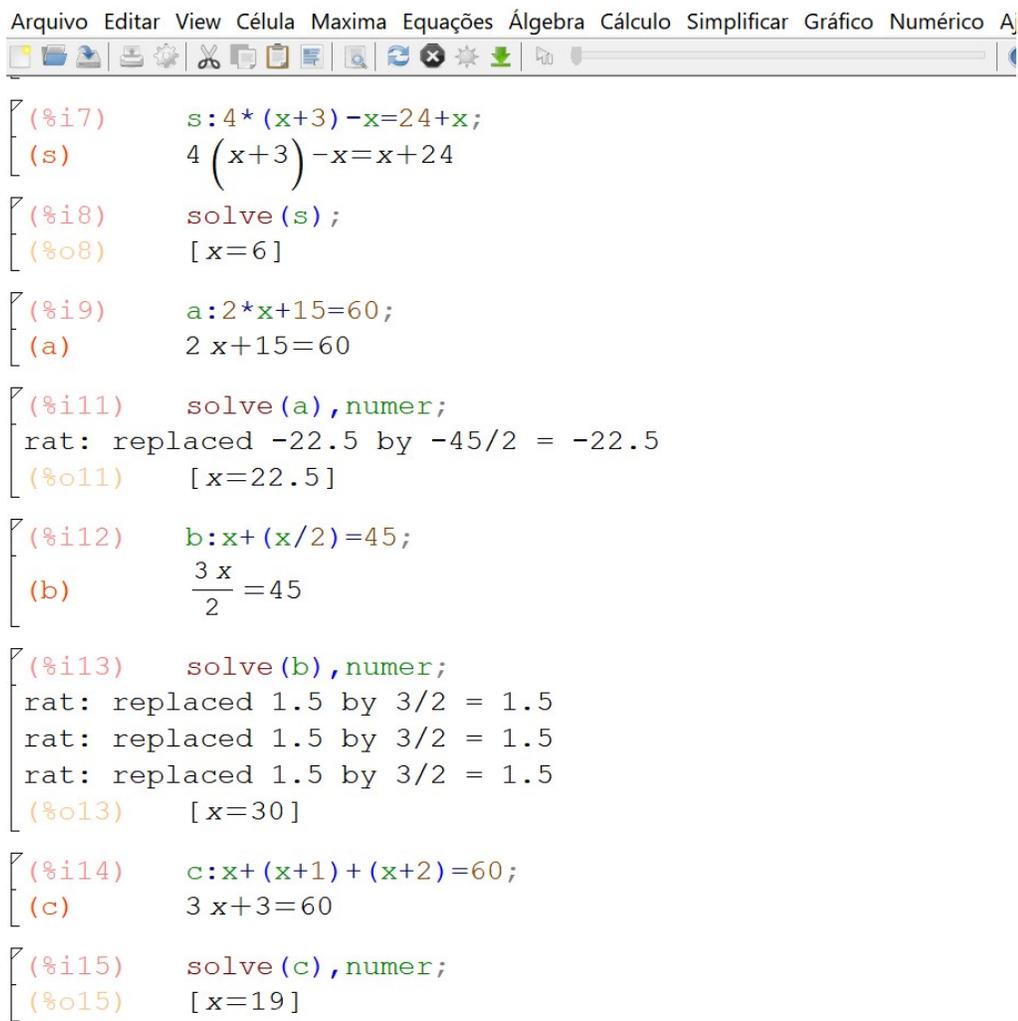
(%i6) solve(r);
(%o6) [x=3]
```

Fonte: Do autor

Vale a pena salientar que, na questão 4, muitos erros se deram na má interpretação do problema. No entanto, alguns encontraram o valor desconhecido de x mas, por uma falta de atenção, possivelmente, marcaram o item **b) 19**, porém a resposta correta do problema seria o item **a) 19, 20 e 21**. Todo o pré-teste serviu de base para o planejamento e execução das oficinas. Os mesmos problemas foram explicados como se encontravam suas soluções, de acordo com as manipulações algébricas existentes, e resolvidos também pelo software *Maxima* para que tivessem conhecimento como trabalhar no mesmo (**Figura 27** e **Figura 28**). Como dito

antes, apenas 9 computadores estavam disponíveis para trabalharmos e então 9 dos discentes puderam participar.

Figura 28: Resolução do pré-teste pelo *Maxima*.



```

Arquivo Editar View Célula Maxima Equações Álgebra Cálculo Simplificar Gráfico Numérico Aj
[ (%i7)      s: 4*(x+3)-x=24+x;
  (s)       4(x+3)-x=x+24
[ (%i8)      solve(s);
  (%o8)     [x=6]
[ (%i9)      a: 2*x+15=60;
  (a)       2x+15=60
[ (%i11)     solve(a), numer;
  rat: replaced -22.5 by -45/2 = -22.5
  (%o11)    [x=22.5]
[ (%i12)     b: x+(x/2)=45;
  (b)       3x/2=45
[ (%i13)     solve(b), numer;
  rat: replaced 1.5 by 3/2 = 1.5
  rat: replaced 1.5 by 3/2 = 1.5
  rat: replaced 1.5 by 3/2 = 1.5
  (%o13)    [x=30]
[ (%i14)     c: x+(x+1)+(x+2)=60;
  (c)       3x+3=60
[ (%i15)     solve(c), numer;
  (%o15)    [x=19]

```

Fonte: Do autor

5.8 Resultados do pós-teste

Devido ao número reduzido de participantes no pós-teste (apenas os que puderam participar das oficinas puderam fazer o pós-teste!), os resultados são amostras do total que seria se todos estivessem presentes.

As atividades do pós-teste foram baseadas, além do pré-teste, nas aulas ministradas nas oficinas. Todas as questões foram desenvolvidas tanto manualmente quanto com o auxílio do software *Maxima*. As atividades propostas foram as seguintes:

1) Resolva as equações a seguir:

a) $2x - 7 = 4x - 13$

b) $3(x + 7) = -2(x - 1) - 5$

Para solucionar estes no *Maxima* é preciso definir a equação inicialmente e em seguida utilizar o comando **solve**.

```
(%i1) a:2*x-7=4*x-13;
      (a)2*x-7=4*x-13
```

```
(%i2) solve(a);
      (%o2) [x=3]
```

Analogamente fazemos com o item a) temos:

```
(%i18) f:3*(x+7)=-2*(x-1)-5;
      (f)3*(x+7)=-2*(x-1)-5
```

```
(%i19) solve(f);
      [x=-24/5]
```

2)Ache a solução para x na equação $8 + x = 19$.

Analogamente a questão 1) temos:

```
(%i16) e:8+x=19;
      (e)x+8=19
```

```
(%i17) solve(e);
      [x=11]
```

Portanto a solução correta é $x = 11$

3) Ao somar todos os gastos da semana, Maria somou, por engano, duas vezes o valor da conta do supermercado, o que resultou num gasto total de R\$ 832,00. Porém, se ela não tivesse somado nenhuma vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R\$ 586,00. O valor correto dos gastos de Maria durante essa semana foi:

- (a) R\$ 573,00.
- (b) R\$ 684,00.
- (c) R\$ 709,00.
- (d) R\$ 765,00.
- (e) R\$ 825,00.

Para esta questão os alunos precisavam montar a equação primeiramente. Então, seja x o valor do gasto com supermercado e y os outros gastos então:

- Somar duas vezes errado o gasto do supermercado:

$$2 * x + y = 832$$

- Não somar nenhuma vez o gasto com supermercado:

$$y = 586$$

Substituindo y em $2 * x + y = 832$ temos:

$$2 * x + 586 = 832$$

No *Maximatem*-se:

$$(\%i3) \text{ b: } 2*x+586=832;$$

$$(b) 2*x+586=832$$

$$(\%i4) \text{ solve(b);}$$

$$(\%o4) [x=123]$$

$$(\%i6) 123+586;$$

$$(\%o6) 709$$

Logo o resultado está no item c).

4) Qual é o valor de x que poderá satisfazer a equação do primeiro grau: $3x + 4(1 + x) + 2 = 5x - x - 6$?

a) 4

b) -4

c) 2

d) 3

Analogamente a questão 1) temos:

$$(\%i7) \text{ c: } 3*x+4*(1+x)+2=5*x-x-6;$$

$$(c) 4*(x+1)+3*x+2=4*x-6$$

$$(\%i8) \text{ solve(c);}$$

$$(\%o8) [x=-4]$$

Portanto o item correto é o b).

5) Existe um número que somado com seu triplo é igual ao dobro desse número somado com doze. O valor desse número é:

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

Definindo a equação obtemos:

$$(\%i14) \text{ d: } x+3*x=2*x+12;$$

$$(d) 4*x=2*x+12$$

$$(\%i15) \text{ solve(d);}$$

$$(\%o15) [x=6]$$

Logo a solução correta é o item d).

6) João tem 5 filhos, sendo que dois deles são gêmeos. A média das idades deles é 8,6 anos. Porém, se não forem contadas as idades dos gêmeos, a média dos demais passa a ser de 9 anos. Pode-se concluir que a idade dos gêmeos, em anos, é:

(a) 6,5.

(b) 7,0.

(c) 7,5.

- (d) 8,0.
(e) 8,5.

Seja x a soma das idades dos filhos que não são gêmeos. Então $\frac{x}{3} = 9$. Assim $x = 27$. Sendo y a idade dos gêmeos logo a média de todas as idades é dada pela equação: $\frac{2y+x}{5} = 8,6$. Usando o *Maxima* obtemos $y = 8$.

As atividades acima aplicadas no pós-teste são simples e pretendem exercer um papel apenas de avaliação da aprendizagem de conceitos e verificação do quanto podem ter mu-

Figura 29: Resolução do pós-teste por um dos alunos que participaram das ofici-

1) Resolva as equações a seguir:

a) $2x-7=4x-13$

$$2x - 4x = -13 + 7$$

$$-2x = -6 \quad | \cdot (-1)$$

$$2x - 6 \cdot (-1) = \frac{6}{2} \quad | (x=3)$$

2) Ache a solução para x na equação $8 + x = 19$

$$x = 19 - 8 \quad | (x=11)$$

b) $3(x+7) = -$

$$3x + 2$$

$$3x + 2$$

$$5x = -$$

$$5x = -1$$

$$5x = -$$

3) Ao somar todos os gastos da semana, Maria somou, por engano supermercado, o que resultou num gasto total de R\$ 832,00. Porém vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R\$ 586,00. durante essa semana foi

- (a) R\$ 573,00.
(b) R\$ 684,00.
(c) R\$ 709,00.
(d) R\$ 765,00.
(e) R\$ 825,00.

4) Qual é o valor de x que poderá satisfazer a equação do primeiro g

a) 4

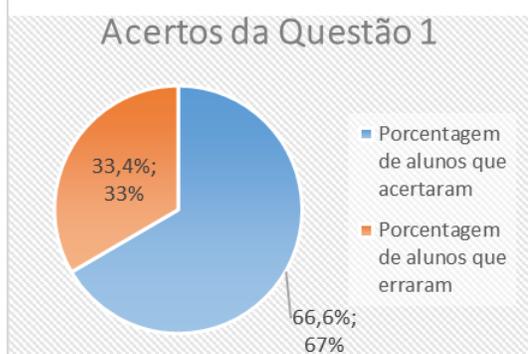
Fonte: Do autor

dado em relação à manipulação algébrica. Ainda há persistências em erros comuns e simples, mesmo em questões do nível básico, no entanto, a maioria errou ou deixou de fazer as ques-

tões mais elaboradas e que exigiam que fossem montadas as equações antes de serem resolvidas. Como mostra a **Figura 29**, um dos alunos fez corretamente questões mais diretas e deixou de fazer as outras que não eram.

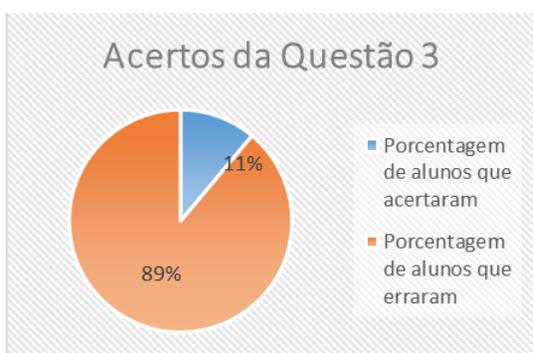
Em geral, os resultados de porcentagem, de erros e acertos de cada questão, obtidos após todo o processo de oficinas e pós-teste é dado pelos gráficos de 5 a 10 abaixo:

Gráfico 5: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 1.



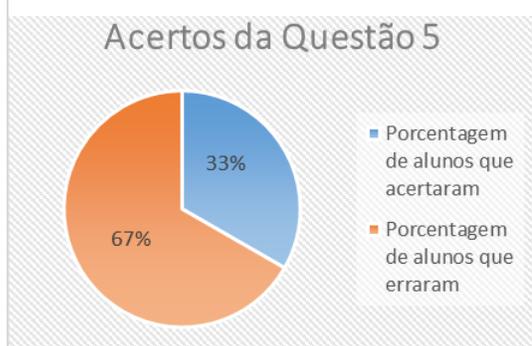
Fonte: Do autor

Gráfico 7: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 3.



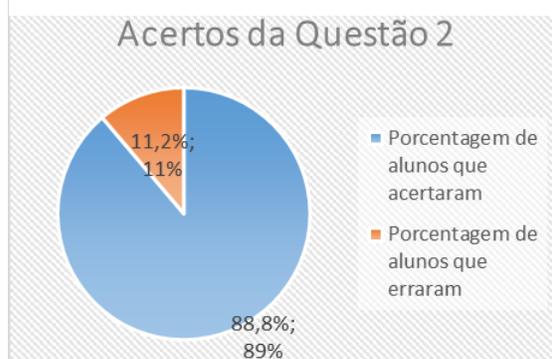
Fonte: Do autor

Gráfico 9: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 5.



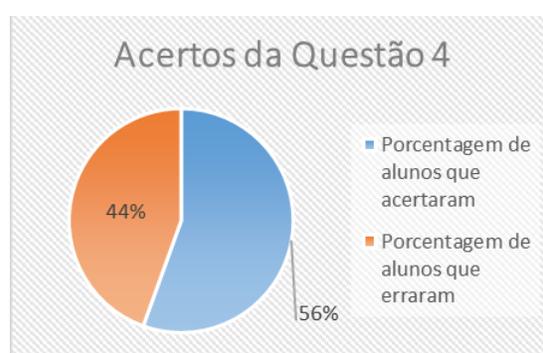
Fonte: Do autor

Gráfico 6: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 2.



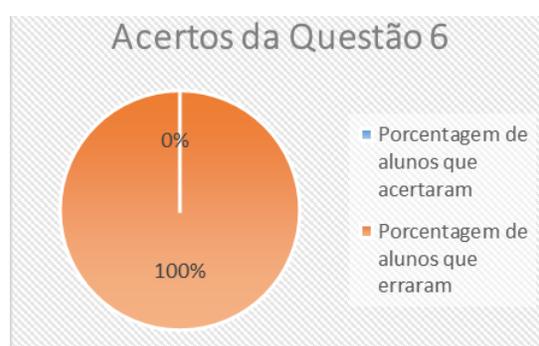
Fonte: Do autor

Gráfico 8: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 4.



Fonte: Do autor

Gráfico 10: Porcentagem de alunos que acertaram a questão 6.



Fonte: Do autor

Logo percebe-se que, significativamente, os acertos em questões manipuláveis algebricamente aumentam, no entanto, como já mencionado, a média de erros aumenta em relação as questões que precisam ser interpretadas para então serem montadas as equações e depois de todo esse processo poder resolvê-las, tanto no caderno quanto no software.

5.9 Feedback do questionário

As questões feitas no questionário (**Apêndice IV**) foram no sentido de conhecer a opinião dos estudantes em relação ao que foi aplicado a eles.

Entre as perguntas realizadas, algumas respostas delas foram interessantes. Entre elas, quando questionados sobre se gostaram do software e se era difícil de usar ou não as respostas foram unânimes. Que sim, gostaram mas, sim também, que era difícil. Fato este mencionado antes no trabalho, pois uma das dificuldades iniciais é conhecer e trabalhar com os sistemas computacionais voltados ao ensino de matemática.

No entanto, quando questionados sobre qual a opinião em relação ao uso do *Maxima* nas aulas, responderam que se interessaram mais pelas aulas de matemática e aprendiam mais do que sem ele.

O “feedback” foi de certa forma positivo mas também serviu para inferir algumas conclusões acerca do ensino de matemático e do conhecimento básico dos alunos. Observou-se que um trabalho mais longo e dedicado necessita ser feito nas escolas em relação a matemática, uma vez que o interesse ainda é bastante escasso e, devido evidentemente a vários fatores fora do controle desta pesquisa, os conteúdos básicos são frágeis ainda para o nível em que os alunos se encontravam, isto é, não condiziam com o que os novos conteúdos (no caso funções polinomiais) exigem.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensinar e aprender não é tão simples de ser executado com plena satisfação. As dificuldades que foram detectadas pela experiência e observação são, na literatura em educação matemática, correntes e não exclusividade da turma selecionada para esta pesquisa.

Inicialmente o nível de ensino pretendido era o Ensino Fundamental, no entanto, uma impossibilidade logística e de liberação de turmas fez com que fosse mudado o nível de ensino. Mas como mencionado no trabalho, a escolha da turma de 1º ano do Ensino Médio foi bem recebida, uma vez que as equações fazem parte do estudo de funções polinomiais, a qual é assunto do período escolar da turma.

Apesar do esforço para expor de forma mais atraente o conteúdo de equações de 1º grau, os resultados não foram mais significativos, em relação aos resultados esperados. Houve pequena mudança no comportamento dos estudantes em relação a Matemática. O que teve de acordo com os resultados da pesquisa foi o interesse dos alunos em frente a forma com que houve a abordagem do conteúdo, visto juntamente com o software afim de facilitar entendimento sem relação ao tema. O “feedback” do questionário reforçam essa ideia, uma vez que as respostas foram todas no sentido de que *gostaram da aplicação da matemática junto com o computador*.

Evidentemente, as atividades, que também foram propostas no pós-teste, não abusou mais de visualização gráfica, uma vez que o planejado era apenas em relação a compreensão de conceitos fundamentais. Por este motivo, deixa-se para trabalhos futuros, utilizar este recurso para ir além do que este trabalho foi, ou seja, além dos conceitos, manipulação, atingir também o visual, uma vez que tais equações são bases para as funções reais e em tais, a visualização gráfica do comportamento das funções é sempre bem vinda e satisfatório na sua compreensão.

REFERÊNCIAS

- AIRES, Luís M., *Uma História da Matemática: Dos Primeiros Agricultores a Alan Turing, dos Números ao Computador*, Edições Sílabo, Lda. 1ª Edição, Lisboa, 2010. ISBN: 978-972-618-570-3.
- ALMEIDA, Maria E. de, *ProInfo: Informática e Formação de Professores*, Vol. 1, Secretaria de Educação a Distância. Série de Estudos. Educação a Distância. Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2000.
- ARRUDA, Eucídio. *Novas tecnologias, ensino e trabalho docente*. Belo Horizonte: AUTENTICA 2004.
- BAUMGART, John K. História da álgebra. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.
- BELINE, Willian., COSTA, Nielce M. L.da, (Orgs), *Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: Algumas Reflexões*. Vários autores, Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010.
- BORBA, Marcelo. C., PENTEADO, Miriam. G., *Informática e Educação matemática*. 5. ed. AUTÊNTICA, 2012. Campinas: Gráfica Central da UNICAMP, 1993.
- BOOTH, Lesley R., *Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra*, **As Idéias da Álgebra**, Autores: Arthur F. Coxford Albert. P. Shulte. Editora Atual, 1997. ps. 23-36.
- BORBA, Marcelo C., ARAÚJO, Jussara L., (Orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BOYER, Carl B. Boyer, MERZBACH, Uta C., *História da Matemática*. Tradução da 3ª edição americana: Helena Castro. Editora BLUCHER, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais Matemática (5ª a 8ª série)*. Brasília, 1998.
- BURTON, David M., *The History of Mathematics an Introduction*. McGraw-Hill Companies, Inc., New York – USA. 7ª ed., 2011.
- CAMPOS, Augusto, *O que é um software livre*. Disponível em: <<http://br-linux.org/faqsoftwarelivre/>>. Acesso em 03. jan. 2018.
- CARAÇA, Bento. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Fotogravura Nacional, 2003.
- DOMINGUES, Hygino H., *Fundamentos De Aritmética*. São Paulo-SP, Ed. Atual, 2009.
- EVES, Haward, *Introdução à História da Matemática*. Campinas, Editora Unicamp, 2004.

FAZENDA, Ivani C. A. (org.), *A pesquisa em Educação e as transformações do conhecimento*. (Vários autores), Campinas – SP. Ed. Papirus, 1995 (Coleção Praxis).

GARBI, Gilberto G., *O Romance das Equações Algébricas*. Editora: Livraria da Física, 4ª Ed., São Paulo-SP, 2010.

HODGKIN, Luke, *A History of Mathematics From Mesopotamia to Modernity*. Oxford University Press Inc., New York – USA, 1ª Ed., 2005.

MARCONI, Marina. A., LAKATOS, Eva M., *Metodologia científica*. São Paulo: Editora Atlas, 2004.

NETO, José A. M. de, *Tecnologia educacional: formação de professores no labirinto de ciberespaço* - Rio de Janeiro: MEMVAVMEM, 2007.

PEIXOTO, Gilmar T. B., [et al], *Tecnologias digitais na educação: pesquisas e práticas pedagógicas*/Organizadores Gilmar Teixeira Barcelos Peixoto, Silvia Cristina Freitas Batista, Breno Fabrício Terra Azevedo, André Fernando Uébe Mansur –Campos dos Goytacazes, RJ: Essentia, 2015.

REY, González F., *Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação*. Tradução: Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo -SP. Cengage Learning, 2010.

SILVA, Heloisa da, GRACIAS, Telma A. S., [et al.], *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*; Miriam G. Penteado e Marcelo C. Borba (orgs.) - São Paulo: Olho d'Água, 2000.Outros autores: Miriam G. Penteado, Heloisa da Silva, Marcelo C. Borba.

STAHL, Marimar M. *A formação de professores para o uso das novas tecnologias de comunicação e informação*. In: CANDAU, Vera Maria (org). *Magistério: construção cotidiana*. 6. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008. p. 292-317.

VALENTE, José A., *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: Unicamp/NIED, 1999.

Site oficial do software *Maxima*. Disponível em <<http://maxima.sourceforge.net/pt/index.html>>. Acesso em 01/07/2018.

Site oficial do *Maxima* para download e documentação. Disponível em <<http://maxima.sourceforge.net/>>. Acesso em 01/07/2018.

Site com diversos exemplos e manuais. Disponível em <<http://andrejv.github.io/wxmaxima/>>. Acesso em 01/07/2018.

Manual *Maxima* do Grupo PET da UNIVERSIDADE FEDERAL DESANTA MARIA – RS. Disponível em

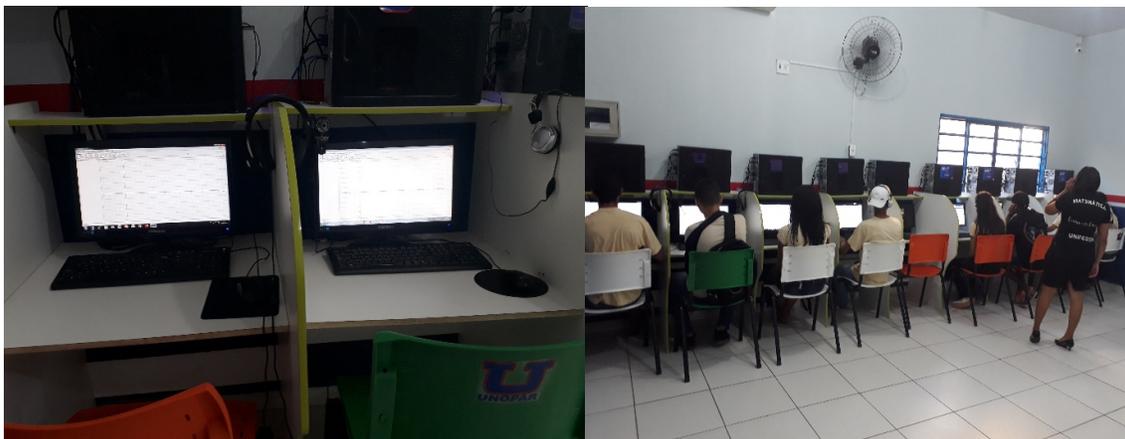
<http://w3.ufsm.br/petmatematica/images/minicursos/Apostilas/apostila_software_wxmaxima.pdf>. Acesso em 01/07/2018.

Manual da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE. Disponível em <<http://www.mat.ufpb.br/sergio/software/maxima/Tutorial-wxmaxima.pdf>>. Acesso em 01/07/2018.

Página oficial do *Maxima* da Universidade Federal da Paraíba – UFPB. Disponível em <<http://www.mat.ufpb.br/flank/index.php/2-uncategorised/6-wxmaxima>>. Acesso em 01/07/2018.

APÊNDICE I

FOTOS TIRADAS DURANTE AS OFICINAS



APÊNDICE II

PRÉ-TESTE

E. E. E. M. Profº Jorceli Silva Sestari

Serie: _____ **Turma:** _____

Aluno: _____

1. Resolva as equações a seguir:

2. $18x - 43 = 65$

b) $23x - 16 = 14 - 17x$

c) $2(x-3) = 3(x-3)$

d) $4(x + 3) - x = 24 + x$

2) O dobro da quantia que Marcos possui e mais R\$ 15,00 dá para comprar exatamente um objeto que custa R\$ 60,00. Quanto Marcos possui?

a) R\$ 20,00

b) R\$ 20,50

c) R\$ 22,00

d) R\$ 22,50

3) Um número somado com sua metade é igual a 45. Qual é esse número?

a) 15

b) 30

c) 45

d) 90

4) A soma de três números inteiros consecutivos é 60. Qual é o produto entre esses três números?

a) 19, 20 e 21

b) 19

c) 7980

d) 6859

APÊNDICE III

PÓS-TESTE



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE ENGENHARIA DO ARAGUAIA

Rua Geraldo Ramalho s/n, Bairro: Centro - Santana do Araguaia, Pará, Brasil.
 Cep 68560000 E-mail: iea@unifesspa.edu.br Tel: (94) 2101-5937 ou 2101-5936

PÓS- TESTE

Aluno: _____

1) Resolva as equações a seguir:

a) $2x-7=4x=13$ b)

$3(x+7) = -2(x-1) = 5$

2) Ache a solução para x na equação $8 + x = 19$

3) Ao somar todos os gastos da semana, Maria somou, por engano, duas vezes o valor da conta do supermercado, o que resultou num gasto total de R\$ 832,00. Porém, se ela não tivesse somado nenhuma vez a conta do supermercado, o valor encontrado seria R\$ 586,00. O valor correto dos gastos de Maria durante essa semana foi

(a) R\$ 573,00.

(b) R\$ 684,00.

(c) R\$ 709,00.

(d) R\$ 765,00.

(e) R\$ 825,00.

4) Qual é o valor de x que poderá satisfazer a equação do primeiro grau: $3x + 4(1 + x) + 2 = 5x - x - 6$?

a) 4

b) -4

c) 2

d) 3

5) Existe um número que somado com seu triplo é igual ao dobro desse número somado com doze. O valor desse número é:

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

6) João tem 5 filhos, sendo que dois deles são gêmeos. A média das idades deles é 8,6 anos. Porém, se não forem contadas as idades dos gêmeos, a média dos demais passa a ser de 9 anos. Pode-se concluir que a idade dos gêmeos, em anos, é

(a) 6,5.

(b) 7,0.

(c) 7,5.

(d) 8,0.

(e) 8,5.

APÊNDICE IV

QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO – SOFTWARE MAXIMA NA AULA DE MATEMÁTICA

1) Como você considera o ambiente de estudo da sua sala de aula?

Péssimo Bom Ruim Muito bom Regular Excelente

2) Você gosta de estudar matemática?

Sim Não

3) Qual a frequência que você estuda matemática?

Todos os dias Sempre um dia antes da prova Alguns dias da semana Não estuda

4) Você tem o hábito de utilizar o computador como instrumento para estudar matemática?

Sim Não

5) Você já teve aulas de matemática, no laboratório de informática, utilizando algum tipo de software?

Sim Não

6) O software MAXIMA é difícil de se usar?

Sim Não

7) O software MAXIMA contribuiu para o seu aprendizado?

Sim Não

8) Qual a sua opinião sobre o uso do software MAXIMA nas aulas de Matemática?
