



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ**  
**LICENCIATURA EM FÍSICA**

**GISELE CARDOSO MACHADO**

**SIMULAÇÃO DE MEMRISTORES NO SPICE**

**MARABÁ**  
**2015**

**GISELE CARDOSO MACHADO**

**SIMULAÇÃO DE MEMRISTORES NO SPICE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Física como requisito parcial para obtenção do grau de Licenciada em Física pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará.

Orientador: Tiago Carvalho Martins

MARABÁ  
2015

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

Gisele Cardoso Machado

### **Simulação de Memristores no SPICE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Física da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Licenciada em Física. A defesa deste trabalho foi realizada no dia 21 de Fevereiro de 2015. O trabalho foi aprovado com o conceito Excelente.

---

Prof. Dr. Tiago Carvalho Martins  
(Orientador - FAFIS/ICE/UNIFESSPA).

---

Prof. Dr. Tarciso Silva de Andrade Filho  
(Membro - FAFIS/ICE/UNIFESSPA).

---

Prof. Dr. Luiz Moreira Gomes (Membro -  
FAFIS/ICE/UNIFESSPA).

MARABÁ

2015

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Biblioteca II da UNIFESSPA. CAMAR, Marabá, PA**

---

Machado, Gisele Cardoso

Simulação de memristores no SPICE / Gisele Cardoso Machado ; orientador, Tiago Carvalho Martins. — 2015.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Campus Universitário de Marabá, Instituto de Ciências Exatas, Faculdade de Física, Curso de Licenciatura Plena em Física, Marabá, 2015.

1. Eletrônica. 2. SPICE (Linguagem de programação de computador). 3. Circuitos elétricos não-lineares. 4. Simulação (Computadores). I. Martins, Tiago Carvalho, orient. II. Título.

CDD: 22. ed.: 621.381

---

Para Jesus, meu protetor de todas as horas, meus pais Leonardo Machado e Júlia Cardoso Machado, meus irmãos Leojaimé, Leomax e Joceli, meus sobrinhos Taíssa, Larissa e Vinícius, todos os meus familiares e amigos que sempre me deram força e apoio contribuindo nas minhas, mais difíceis conquistas.

"A ciência sem a religião é manca, a religião sem a ciência é cega".

*Albert Einstein.*

## **AGRADECIMENTOS**

Á Deus, minha inspiração á prosseguir, de onde obtive forças através da minha fé para todos os momentos e nas dificuldades sempre alicerçou minhas dores e angústias me protegendo e guiando-me para que pudesse alcançar as vitórias desejadas.

Aos meus pais, Leonardo Machado e Júlia Cardoso Machado, que mesmo com seus corações apertados por não me terem no convívio familiar, me apoiaram com todo amor e carinho em todos os momentos, choraram, sorriram, sentiram saudades, mas sempre me incentivaram e estiveram ao meu lado, dando-me toda força necessária. Ligações á qualquer hora para saber com eu estava, demonstram que amor de mãe e pai é um dom divino e não tem preço, tudo que sou é graças a educação e os bons modos que me foram repassados, a base para todos os ensinamentos recebi de vocês servindo para que meus tropeços sejam pequenos e minhas vitórias sejam alcançadas, amo vocês meus tesouros.

Aos meus irmãos, Leomax, Leojaim e Joceli, que sempre me deram muito carinho e motivação, os conselhos, os puxões de orelhas, as piadas, as brincadeiras, as bagunças e até as arrumações tudo é mais divertido ao lado de vocês.

Aos meus sobrinhos, Vinícius meu anjo, Taíssa e Larissa minhas princesas, que sempre me receberam com muito amor, beijinhos e abraços apertados de tanta saudade.

Á minha grande incentivadora, (in memoriam) Joana Cardoso, minha tia maravilhosa que esteve do meu lado quando escolhi o curso, acompanhou-me, preocupou-se, aconselhou-me, protegeu-me, cuidou de mim como se fosse uma de suas filhas, o destino nos separou de uma forma tão covarde, tirou de você a vida, mas deixou o amor , o carinho e a saudade como marcas permanente em minha vida.

Ao meu avô, (in memoriam) Raimundo Cardoso, que chorou devido estarmos longe, mas quando estávamos pertinho transformávamos nossos momentos repletos de dengo e alegria, sempre me chamando para conversar e me ensinando tudo que sabe da vida, sem deixar é claro, de contar histórias para sua branca nunca esquecer os seus conselhos.

Aos meus tios, Maria do Pilar, Ana santana Cardoso, Nildes Cardoso, Marilene Cardoso e Pedro Lacerda, Júlio Cordeiro, Mirth Cardoso.

Aos meus amigos de turma, Cleonice da silva, Jaílson Nunes, Dyelson Clébson, Jairo Guedes, Jairo Miranda, Vicente Tinoco, Itamara Lima, Nayara Sousa, Rafael

Fróis, Marlon Barros, Ortência Vasconcelos, Márcio Rômulo e Ivonaldo Alencar pelas contribuições, parcerias, dedicação ao longo do curso.

Aos meus professores, Tiago Martins, Jorge Everaldo, Fernanda Carla, Matheus Lima, Rodrigo Géster, Tarciso Filho, Emerson Benedito Correa, Glaura Caroená, Luís Moreira, Edney Granhen pelos ensinamentos repassados.

Aos meus amigos, Bruna Cardoso, Elisângela Sá, Marilene do Socorro, Odailton Cardoso, Franciane Machado, Elzira Lopes, Adriana Cardoso, Luica Lopes, Sônia Cordeiro, Leila Cordeiro, Raimundo Cardoso, Renato Moraes, Francly Rocha, Gleice Wanzeler, Émerson Cardoso, Maria de Jesus, Raima Lima, Franciete Machado, pelo apoio e carinho.



## RESUMO

Memristores são elementos de circuito não-lineares previstos teoricamente em 1971 por Chua. O primeiro memristor foi construído em 2008 por pesquisadores da HP. Uma extensão do conceito de memristores, os sistemas memresistivos, foi desenvolvida também por Chua em 1976. Estes elementos apresentam importantes aplicações em dispositivos de baixa potência não-voláteis, com capacidade de armazenar informações. A linguagem SPICE é a ferramenta computacional mais utilizada na análise de circuitos. Neste trabalho, são realizadas simulações SPICE de sistemas memresistivos utilizando o programa livre NGSPICE.

**Palavras-chave:** Memristores. NGSPICE. Simulação.

## **ABSTRACT**

Memristors are nonlinear circuit elements theoretically predicted in 1971 by Chua. The first memristor was built in 2008 by HP researchers. An extension of the concept of memristors, the memresistivos systems, also was developed by Chua in 1976. These elements have important applications in low-power non-volatile devices for storing information. The SPICE language is the most widely used computational tool in circuit analysis. Here, we performed SPICE simulations of memresistivos systems using the free program NGSPICE.

**Keywords:** Memristors. NGSPICE. Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Capacitor	19
Figura 2	Resistor	21
Figura 3	Indutor	23
Figura 4	Relações entre variáveis fundamentais.	27
Figura 5	Símbolo do memristor.	28
Figura 6	O modelo de resistor variável para um memristor.	32
Figura 7	Função $f(V)$ em função da voltagem $V$ no memristor para (a) $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e (b) $\alpha = 0$ e $\beta > 0$ .	35
Figura 8	Fluxograma do código que implementa um memristor no NGSPICE.	36
Figura 9	Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (24 primeiras linhas)	37
Figura 10	Dispositivo memresistivo diretamente conectado a uma fonte de tensão $V(t)$	38
Figura 11	Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 25 a 40)	38
Figura 12	Função $f(V)$ em função da voltagem $V$ no memristor para (a) $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ e (b) $\alpha = 0$ e $\beta > 0$	40
Figura 13	Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 41 a 52)	42

Figura 14	Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 53 a 68)	44
Figura 15	Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 69 a 78)	44
Figura 16	Curvas de corrente no memristor em função do tempo.	47
Figura 17	Curvas de memresistência em função do tempo.	48
Figura 18	Curvas de memresistência em função da tensão.	49
Figura 19	Curvas das características i-v do memristor, as quais representam laços de histerese.	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Valores de tipo assumidos no comando settype.

43

## LISTA DE SÍMBOLOS

$i$	Corrente elétrica
$q$	Carga elétrica
$v_d$	Velocidade de deriva
$\vec{J}$	Densidade de corrente
$\vec{E}$	Campo elétrico
$V$	Potencial elétrico
$C$	Capacitância
$R$	Resistência elétrica
$\sigma$	Condutividade elétrica
$\rho$	Resistividade
$L$	Indutância
$\Lambda$	Enlace total de fluxo magnético
$\varphi$	Fluxo
$M[F(t)]$	Memresistência
$R_{off}$	Resistência do estado não-dopado
$R_{on}$	Resistência do estado dopado
$V_t$	Tensão de limiar

## **LISTA DE SIGLAS**

HP

Hewlett-Packard Company

SPICE

Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>CIRCUITOS ELÉTRICOS</b>	<b>15</b>
2.1	CORRENTE ELÉTRICA	15
2.2	POTENCIAL ELÉTRICO	17
2.3	CAPACITÂNCIA	18
2.4	RESISTÊNCIA ELÉTRICA	20
2.5	INDUTÂNCIA	23
<b>3</b>	<b>MODELOS DE MEMRISTORES NO SPICE</b>	<b>26</b>
3.1	RELAÇÕES ENTRE AS VARIÁVEIS FUNDAMENTAIS	26
3.2	MEMRISTORES	27
3.3	O PRIMEIRO MEMRISTOR FÍSICO	31
3.4	O MODELO SPICE DE UM MEMRISTOR	33
3.5	LINGUAGEM SPICE	35
3.6	DETALHES DA FONTE DE CORRENTE NÃO-LINEAR	45
3.7	RESULTADOS	46
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>51</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>53</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Em 1971, Leon Chua observando as relações entre variáveis de circuito (corrente, tensão, carga e fluxo) previu teoricamente a existência de novos componentes de circuito, os quais denominou de memristores (CHUA, 1971). O primeiro memristor foi construído em 2008 por pesquisadores da HP (STRUKOV; AL, 2008). Uma extensão do conceito de memristores, os sistemas memresistivos, foi desenvolvida também por Chua em 1976 (CHUA; KANG, 1976). Estes elementos apresentam importantes aplicações em dispositivos de baixa potência não-voláteis com capacidade de armazenar informações. A linguagem SPICE é a ferramenta computacional mais utilizada na análise de circuitos. Neste trabalho, são realizadas simulações SPICE de sistemas memresistivos utilizando o programa livre NGSPICE.

Em 2008, pesquisadores da HP apresentaram um modelo físico de um dispositivo de dois terminais que se comportava como um memristor perfeito para uma certa faixa de valores da variável de estado  $w$  e como um sistema memresistivo para outra faixa de valores. O modelo de memristor proposto na referência (STRUKOV; AL, 2008) fornece uma explicação simplificada para os resultados de curvas  $i - v$  (tensão versus corrente) anômalas obtidas em vários experimentos descritos na literatura ao longo das últimas décadas, com dispositivos de dois terminais em nanoescala com filmes finos. Essas curvas anômalas correspondem a laços de histerese, estados de condutância múltipla e resistência diferencial negativa.

Este trabalho visa analisar o modelo de memristor disponível na biblioteca do programa livre NGSPICE (NGSPICE, 2012), o qual implementa o modelo proposto na referência (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013).

Este trabalho está organizado em quatro capítulos, sendo o primeiro a introdução e o último, as considerações finais. O segundo capítulo trata de alguns conceitos básicos relativos à teoria de circuitos. Serão apresentados os conceitos das variáveis fundamentais da teoria de circuitos: corrente  $i(t)$ , voltagem  $v(t)$ , carga  $q(t)$  e fluxo  $\phi(t)$ ; e como elas estão relacionadas nos componentes de circuito lineares mais básicos: resistores, capacitores e indutores. No capítulo três é apresentado o conceito de memristor, como previsto em 1971 por Leon Chua, e o conceito de memristor relacionado ao primeiro memristor construído em 2008 por pesquisadores no Laboratório da HP. Além disso, é analisado o modelo de memristor para NGSPICE proposto na referência (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013).

## 2 CIRCUITOS ELÉTRICOS

Nesse capítulo serão apresentados alguns conceitos básicos relativos à teoria de circuitos. Serão apresentados os conceitos das variáveis fundamentais da teoria de circuitos e como elas estão relacionadas nos componentes de circuito lineares mais básicos: resistores, capacitores e indutores. Neste capítulo, a principal referência utilizada foi (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2009).

### 2.1 CORRENTE ELÉTRICA

A corrente elétrica é a taxa com que a carga flui através da seção transversal de um condutor:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

A unidade de corrente elétrica no SI é Ampère (A):

$$1A = \frac{1C}{1s}. \quad (2)$$

A convenção adotada para o sentido da corrente é o do fluxo de cargas positivas. Portanto, o fluxo de elétrons opõem-se ao sentido da corrente. Uma carga em movimento é chamada de portador de carga. Microscopicamente, é possível dizer que, a carga  $\Delta q$  que atravessa uma seção transversal de um condutor é:

$$\Delta q = Ne. \quad (3)$$

Em que  $N$  é o número de portadores de carga que atravessa a seção de área  $A$  e  $e$  é a carga de um único portador. Se a seção possui uma espessura  $\Delta x$ , a densidade de portadores é:

$$n = \frac{N}{A\Delta x}. \quad (4)$$

Então:

$$\Delta q = nA\Delta xe. \quad (5)$$

Se os portadores movem-se com velocidade  $v_d$  e percorrem a distância  $\Delta x$  em um tempo  $\Delta t$ , então:

$$v_d = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (6)$$

Portanto:

$$\Delta q = nA v_d \Delta t e \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = nA v_d e \Rightarrow i = nA v_d e. \quad (7)$$

Sendo  $i$  a corrente que passa no condutor. A quantidade  $v_d$  é a velocidade de deriva, a qual representa a velocidade média dos portadores de carga. Na verdade, o movimento dos portadores de carga continua sendo predominantemente aleatório, mas na média os portadores negativos deslocar-se-ão na direção contrária ao campo elétrico aplicado.

Dessa forma, é possível afirmar que os elétrons não caminham em linha reta sob a ação de um campo elétrico, e sim em zigue-zague, colidindo repetidamente com os átomos do metal. A energia que os elétrons transferem para os átomos do metal durante as colisões, produzem o aumento de temperatura do material.

A densidade de corrente de convecção em um condutor, sendo  $i$  a corrente e  $A$  a área de seção transversal, é dada por:

$$J = \frac{i}{A} \Rightarrow J = n v_d e. \quad (8)$$

A densidade de corrente de convecção não necessariamente refere-se ao movimento de cargas elétricas que estabelecem a condução elétrica em um metal, representando também o movimento de íons em líquidos, ou qualquer forma de movimento de cargas em um meio.

Em um metal o campo elétrico aplicado aos elétrons, estabelece uma força elétrica contrária ao campo aplicado:

$$\vec{F} = -e\vec{E}. \quad (9)$$

Em um metal o elétron colide com os átomos a medida que se movimenta. O tempo médio entre duas colisões é dito tempo de relaxação. A energia perdida pelo elétron nas colisões é proporcional ao momento linear  $\vec{p}$  do elétron e inversamente proporcional a  $\tau$ , dessa forma, devemos acrescentar o termo  $-\vec{p}/\tau$  à equação anterior, representando a energia dissipada nas colisões.

$$\vec{F} = -e\vec{E} - \vec{p}/\tau. \quad (10)$$

Resolvendo essa equação, obtém-se a Lei de Ohm microscópica. A relação entre a densidade de corrente  $\vec{J}$  e o campo elétrico  $\vec{E}$  aplicado é dada pela lei de Ohm microscópica:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (11)$$

Os materiais que não obedecem essa lei são ditos não-ôhmicos.

## 2.2 POTENCIAL ELÉTRICO

A capacidade que um corpo energizado possui de realizar trabalho, de modo que possa atrair ou repelir cargas elétricas é conhecido como potencial elétrico. Este pode ser definido pela expressão:

$$V = \frac{U}{q}. \quad (12)$$

Em que  $V$  é o potencial elétrico no sistema internacional (SI) é Volts,  $U$  é a energia potencial no sistema internacional (SI) é Joule e  $q$  é a carga.

Estas unidades se relacionam da seguinte forma: 1 Volt = 1 Joule / 1 Coulomb.

Define-se a diferença de potencial elétrico  $\Delta V$  como a diferença de energia potencial por unidade de carga de teste ( $q_0$ ):

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0}. \quad (13)$$

Ou

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q_0}, \quad (14)$$

onde, dois pontos A e B, deslocam uma carga de prova  $q_0$ , que vai desde o ponto A até o ponto B, medindo o a energia  $U_B - U_A$  realizada pelo agente que movimenta a carga.

A variação da energia potencial é diretamente proporcional ao valor da carga de teste, ou seja, a quantidade  $\frac{\Delta U}{q_0}$  é independente do valor da carga de teste.

Utilizando a relação entre trabalho e energia, pode-se escrever a definição da diferença de potencial como:

$$\Delta V = -\frac{W_{AB}}{q_0}. \quad (15)$$

Onde  $W_{AB}$  é o trabalho realizado pela força eletrostática aplicada sobre  $q_0$  quando uma carga de teste move-se de A para B.

O potencial elétrico em muitas cargas pode ser positivo, negativo, ou nulo. O potencial em um ponto perto de uma carga positiva isolada é positivo. De forma

análoga, o potencial próximo de uma carga negativa isolada é negativo; a força elétrica sobre a carga de teste produz um trabalho positivo quando uma carga de teste positivo é deslocada do infinito para este ponto.

A diferença de potencial entre quaisquer dos pontos em um campo elétrico é independente do caminho através do qual a carga de teste desloca-se de um ponto a outro.

Se o potencial é nulo em um ponto, não se realiza trabalho pela força elétrica á medida que a carga de teste se movimenta do infinito para esse ponto. O potencial nulo em um ponto não significa necessariamente que a força elétrica é nula nesse ponto.

Considere que uma carga de teste  $q_0$  é deslocada de  $A$  para  $B$  em um campo elétrico  $\vec{E}$ . Calculando o trabalho realizado pela força elétrica

$$\vec{F} = q_0\vec{E}. \quad (16)$$

Obtém-se

$$\Delta V = \frac{-W_{AB}}{q_0} = - \int_A^B \frac{\vec{F} \cdot d\vec{l}}{q_0} = - \int_A^B \frac{q_0\vec{E} \cdot d\vec{l}}{q_0}. \quad (17)$$

Ou

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (18)$$

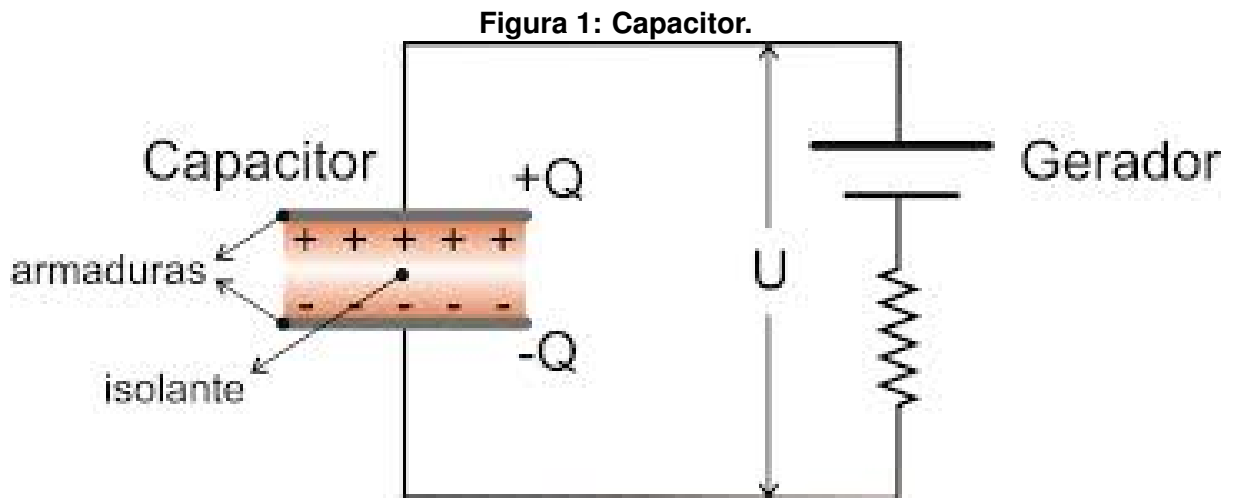
Se o campo elétrico está ao longo da direção e do sentido de  $d\vec{l}$ , então a integral será positiva e a diferença de potencial  $V_B - V_A < 0$  será negativo: isto é,  $V_A - V_B > 0$ .

### 2.3 CAPACITÂNCIA

O capacitor é um dispositivo que armazena cargas elétricas e conseqüentemente energia potencial num determinado campo eletrostático, durante um determinado intervalo de tempo.

É um dispositivo constituído de dois condutores, denominados armaduras, entre os quais existe um isolante. A carga elétrica  $Q$  da armadura positiva, que em módulo é igual à carga elétrica da armadura negativa é chamada carga elétrica do capacitor, conforme mostrado na figura 1.

Ele é caracterizado por  $q$ , que representa o módulo da carga em qualquer condutor, e por  $V$ , representando a diferença de potencial entre os condutores, onde e num capacitor são proporcionais, dessa forma:



**Fonte:** <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/09/cursos-do-blog-eletric>

$$q = CV, \quad (19)$$

onde  $C$  é constante de proporcionalidade, chamada de capacitância do capacitor.

A unidade de capacitância é uma homenagem a Michael Faraday, por ter desenvolvido o conceito de capacitância, no SI é coulomb/volt, que é chamado de farad (abreviatura F): 1 farad=1 coulomb/volt.

A capacitância depende da geometria dos ângulos, do tamanho, forma e afastamento das placas e do material que preenche o espaço entre elas, não dependendo de  $V$  nem de  $q$ .

O campo elétrico entre duas placas paralelas de dimensões infinitas é uniforme, mas se as placas forem tais que a área das placas  $A$  é muito maior do que a distância  $h$  entre elas, os efeitos de borda podem ser desprezados e o campo pode ser aproximado por um campo elétrico uniforme.

A carga entre as placas pode ser calculada pela lei de Gauss do campo elétrico:

$$q = \epsilon_0 \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{a}. \quad (20)$$

A direção do vetor  $d\vec{a}$  é normal às placas, coincidindo com a direção do campo elétrico uniforme de módulo  $E$ , portanto

$$q = \epsilon_0 E \oint_{\partial V} da = \epsilon_0 EA. \quad (21)$$

Para calcularmos a capacitância de um capacitor é necessário determinar o campo elétrico nas regiões entre as placas, utilizando a equação

$$V = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A^B E dl = E \int_A^B dl = Eh. \quad (22)$$

Onde o ponto A é um ponto sobre a placa positiva e B é um ponto sobre a placa negativa. Pode-se então, determinar a diferença de potencial entre as placas positiva e negativa, integrando o campo elétrico no caminho que liga as placas, o que independe independente do caminho escolhido. A partir dos resultados mostrados até aqui, é possível calcular, que vale

$$q = CV \Rightarrow \epsilon_0 EA = CEh \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{h}. \quad (23)$$

A relação entre a tensão e a corrente em um capacitor é obtida derivando a equação  $q = CV$  com relação ao tempo, portanto:

$$\begin{aligned} q &= CV \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} q &= \frac{d}{dt} (CV) \\ \Rightarrow i(t) &= \frac{d}{dt} (Cv(t)) \\ \Rightarrow i(t) &= C \frac{dv(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (24)$$

Como a derivada é um operador linear, a relação tensão-corrente em um capacitor é linear. Se a equação anterior é comparada com a segunda lei de Newton

$$F = m \frac{dv}{dt}, \quad (26)$$

em que um corpo de massa  $m$  possui inércia de velocidade  $v$  (a velocidade não pode variar abruptamente),  $m$  é a medida da inércia de movimento e o agente externo necessário à variação do estado de movimento é a força  $F$ , concluí-se que: um capacitor de capacitância  $C$  possui inércia de tensão  $v$  (a tensão não pode variar abruptamente),  $C$  é a medida da inércia de tensão e o agente externo necessário à variação da tensão é a corrente  $i$ .

## 2.4 RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Foi visto que a corrente elétrica é o deslocamento de cargas dentro de um condutor, quando existe uma diferença de potencial elétrico entre as suas extremidades. Tal deslocamento procura restabelecer o equilíbrio desfeito pela ação de um campo elétrico. A corrente é uma função do tempo, quando a variação do fluxo

de cargas com o tempo não for constante.

A corrente  $i$  tem o mesmo valor para qualquer seção reta de um condutor, mesmo que as áreas das seções variem de ponto para ponto. A corrente elétrica mantém-se constante ao longo de um fio isso se deve à conservação de carga, pois nas condições de estado estacionário, ela não pode acumular-se ou diminuir sua densidade em nenhum ponto. Cargas com sinais positivos movem-se do maior para o menor potencial e cargas com sinais negativos movem-se em direção contrária.

A resistência elétrica é a oposição à passagem da corrente oferecida por um condutor. A passagem de corrente possui resultados diferentes em diferentes condutores, para uma mesma diferença de potencial entre os terminais dos condutores. A resistência entre dois pontos é a grandeza que caracteriza um resistor.

O resistor é um dispositivo elétrico que transforma energia elétrica em energia térmica através do efeito joule, tendo como finalidade determinar o limite da corrente elétrica em um circuito. O resistor é representado pelo símbolo mostrado na figura 2.

**Figura 2: Resistor.**



**Fonte:** <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com.br/2013/09/cursos-do-blog-eletric>

Aplicada uma diferença de potencial  $V$  entre os pontos terminais de um condutor e a corrente sendo igual a  $i$ , então

$$R = \frac{V}{i}, \quad (27)$$

sendo  $R$  uma constante de proporcionalidade dos resistores, denominada de resistência elétrica.

A unidade de resistência elétrica no SI é ohm ( $\Omega$ ). Se os resistores obedecem a lei de ohm dizemos que eles são resistores ôhmicos. Sabemos que, se  $\vec{E}$  é o campo elétrico e  $\sigma$  é a condutividade elétrica, a densidade de corrente  $\vec{J}$  é dada por

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (28)$$

Dado um condutor de condutividade elétrica  $\sigma$ , área de seção  $A$  e comprimento  $L$ , a corrente  $i$  pode ser obtida pela integral de superfície:

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{a}. \quad (29)$$



Considerando um campo constante  $\vec{E}$  ( $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ ), e dado que o elemento de área  $d\vec{a}$  possui a mesma orientação do campo elétrico, tem-se

$$\begin{aligned} i &= \int \sigma\vec{E} \cdot d\vec{a} \\ &= \sigma \int E da \\ &= \sigma E \int da = \sigma EA. \end{aligned} \quad (30)$$

A resistividade  $\rho$  é o inverso da condutividade, portanto:

$$i = \frac{EA}{\rho}. \quad (32)$$

Para calcularmos a resistência de um resistor é necessário determinar o campo elétrico nos seus terminais, utilizando a equação

$$\begin{aligned} V &= V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_A^B E dl = E \int_A^B dl = EL \\ &\Rightarrow E = \frac{V}{L}. \end{aligned} \quad (33)$$

Onde o ponto A é o terminal positivo do resistor e B é o terminal negativo do resistor. Pode-se então, determinar a diferença de potencial entre os terminais do resistor, integrando o campo elétrico ao longo do resistor. A partir dos resultados mostrados até aqui, é possível calcular  $R$ , que vale

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{\rho} \frac{V}{L} A, \\ \Rightarrow \frac{V}{i} &= \rho \frac{L}{A} \\ \Rightarrow R &= \rho \frac{L}{A}. \end{aligned} \quad (35)$$

Não se deve confundir resistividade com resistência. A resistividade é uma propriedade intrínseca do material e é medida em  $\Omega.m$ , e a resistência é uma propriedade do resistor, que depende tanto do material quanto das características geométricas do resistor, sendo medida em  $\Omega$ .

## 2.5 INDUTÂNCIA

O indutor é um componente elétrico do circuito que armazena energia no campo magnético, envolvendo o campo magnético produzido pela corrente que percorre fios condutores. O símbolo do indutor é aquele mostrado na figura 3.

**Figura 3: Indutor.**



**Fonte:** <https://aquilesguimaraes.wordpress.com/extras/>

O indutor é caracterizado pela indutância, a qual depende das características geométricas do indutor. A auto-indutância é representada pela letra  $L$ , e é definida como sendo a razão entre a diferença de potencial induzida pela variação de corrente  $v(t)$  (a qual está relacionada à lei de Faraday) e a taxa de variação da corrente com o tempo nos terminais do indutor  $\frac{di(t)}{dt}$ , então

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad (37)$$

onde  $L$  é a indutância, cuja unidade de medida é o henry ( $H$ ).

No SI a unidade de indutância é volt.segundo/ampère, é dado a esta combinação o nome de henry (abreviação H), desse modo 1henry = 1volt.segundo/ampère. Portanto, se  $v(t)$  é a tensão nos terminais de um indutor, a corrente  $i(t)$  que percorre um indutor é dada por

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt. \quad (38)$$

Como a integral é um operador linear, a relação tensão-corrente em um indutor é linear. Se a equação anterior é comparada com a segunda lei de Newton

$$v(t) = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^t F(t) dt, \quad (39)$$

em que um corpo de massa  $m$  possui inércia de velocidade  $v$  (a velocidade não pode variar abruptamente),  $m$  é a medida da inércia de movimento e o agente externo necessário à variação do estado de movimento é a força  $F$ , concluí-se que: um indutor de indutância  $L$  possui inércia de corrente  $i$  (a corrente não pode variar abruptamente),  $L$  é a medida da inércia de tensão e o agente externo necessário à variação da tensão

é a corrente  $v$ .

Sabe-se que o campo magnético pode ser gerado por um ímã, mas é possível gerar um campo magnético também a partir de uma corrente elétrica em um fio condutor, como estabelecido pela lei de Ampère. Sabe-se, por exemplo, que uma corrente  $i$  circulando em uma espira circular condutora envolvida em torno de um núcleo de permeabilidade  $\mu$ , produz um campo magnético  $\vec{B}$  no núcleo, o qual pode ser calculado pela lei de Ampère:

$$\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu i. \quad (40)$$

Por sua vez, pela lei de indução de Faraday-Lenz sabemos que a variação do fluxo  $\phi$  no interior de um núcleo envolvido por uma espira, induz uma força eletromotriz  $V$  na mesma, dada por:

$$V = -\frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (41)$$

O sinal negativo serve para garantir que a corrente induzida produza (pela lei de Ampère) um campo no interior do núcleo tal que o mesmo se oponha a variação do campo que produziu a corrente induzida. Indutores como os descritos anteriormente podem ser construídos se for utilizada a seguinte definição de indutância:

$$L = \frac{\Lambda}{i}. \quad (42)$$

Em que  $\Lambda$  é o enlace total de fluxo magnético e  $i$  é a corrente. Por exemplo, para um solenóide de área de seção transversal  $A$ , comprimento  $l$ , e com  $N$  espiras enroladas em torno de um núcleo de permeabilidade  $\mu$ , o enlace total (que é fluxo total no interior do núcleo) é

$$\Lambda = N\phi = NBA = \frac{\mu N^2 i A}{l}. \quad (43)$$

Em que  $\phi$  é o fluxo devido a cada uma das espiras. Portanto, a indutância é dada por

$$L = \frac{\Lambda}{i} = \frac{\mu N^2 A}{l}. \quad (44)$$

Pela definição de indutância, portanto, a corrente que circula no solenóide é

$$i = \frac{\Lambda}{L}. \quad (45)$$

Derivando esta equação em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \frac{d\Lambda}{dt}. \quad (46)$$

Pela lei de Faraday-Lenz  $\varepsilon_L = -\frac{d\Lambda}{dt}$  é a força eletromotriz induzida nos terminais do indutor visto como uma fonte de corrente, portanto, a diferença de potencial nos terminais do indutor visto como um dispositivo passivo é  $v = \frac{d\Lambda}{dt}$ .

Portanto,

$$v(t) = L \frac{di}{dt}. \quad (47)$$

### 3 MODELOS DE MEMRISTORES NO SPICE

Na teoria de circuitos elétricos existem quatro variáveis fundamentais, a saber: corrente elétrica  $i(t)$ , tensão elétrica  $v(t)$ , carga elétrica  $q(t)$  e fluxo magnético  $\varphi$ . Foi mostrado anteriormente como essas variáveis estão relacionadas entre si, de acordo com a teoria de circuitos apresentada nos livros de física mais utilizados. Todavia, não aparece a relação entre fluxo magnético e carga elétrica, a qual só foi prevista em 1971 por Leon Chua (CHUA, 1971) e comprovada experimentalmente em 2008 por pesquisadores no Laboratório da HP (STRUKOV; AL, 2008). Vários modelos SPICE de memristores foram propostos na literatura. Neste trabalho será analisado apenas o modelo de memristor para NGSPICE proposto na referência (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013), o qual apresenta um modelo para um memristor controlado por tensão de limiar.

#### 3.1 RELAÇÕES ENTRE AS VARIÁVEIS FUNDAMENTAIS

A definição de corrente estabelece a relação entre corrente elétrica e carga elétrica:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}. \quad (48)$$

A definição de tensão estabelece a relação entre tensão elétrica e fluxo magnético induzido:

$$v(t) = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (49)$$

As demais relações entre variáveis fundamentais são estabelecidas pela definição dos seguintes parâmetros elétricos: resistência, capacitância, indutância e memresistência.

A definição de resistência estabelece a relação entre tensão elétrica e corrente elétrica:

$$R = \frac{dv}{di}. \quad (50)$$

A definição de capacitância estabelece a relação entre carga elétrica e tensão elétrica:

$$C = \frac{dq}{dv}. \quad (51)$$

A definição de indutância estabelece a relação entre fluxo magnético e corrente elétrica:

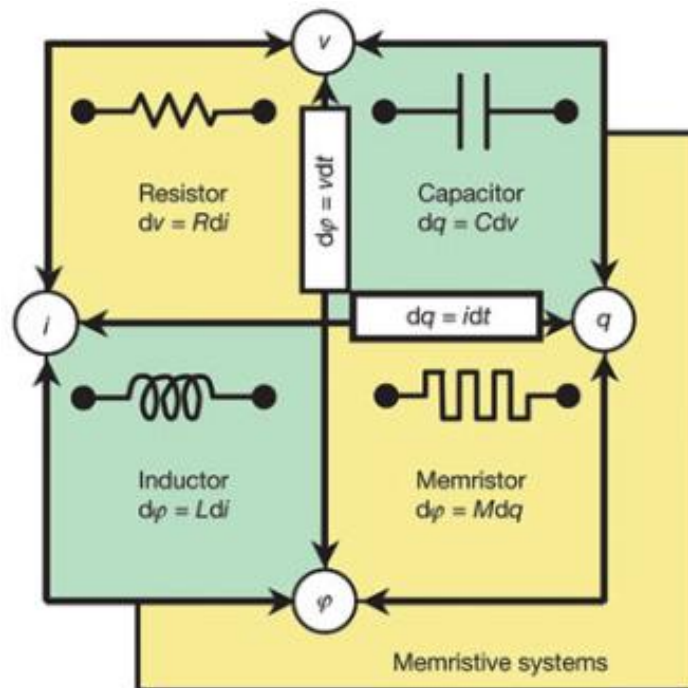
$$L = \frac{d\phi}{di}. \quad (52)$$

Em 1971, Leon Chua observou que não existia nenhum parâmetro elétrico que relacionasse fluxo magnético e carga elétrica, levando à proposição do memristor. Dessa forma, deveria existir um dispositivo com memresistância, dada por:

$$M(t) = \frac{d\phi}{dq}. \quad (53)$$

Apenas em 2008, foi desenvolvido o primeiro memresistor. Um resumo de todas essas relações é mostrado na figura.

**Figura 4: Relações entre variáveis fundamentais.**



**Fonte:** (STRUKOV; AL, 2008)

### 3.2 MEMRISTORES

O memristor é representado pelo símbolo mostrado na figura 5.

Além dos componentes eletrônicos, resistor, capacitor e indutor, existe um quarto componente construído recentemente conhecido como memristor. O memristor foi teorizado em um artigo no ano de 1971, por Leon Chua, ao concluir que o memristor

**Figura 5: Símbolo do memristor.**



**Fonte:** (STRUKOV; AL, 2008)

deveria ser tratado como um componente fundamental na teoria de circuitos.

O memristor é um dispositivo não-linear, isto é, não há uma relação linear entre corrente e voltagem como ocorre com resistores, capacitores e indutores. Dizemos que essa relação é linear quando é válido o princípio da superposição, por exemplo, se a corrente  $i_1$  e  $i_2$  surgem, respectivamente, como respostas as tensões de excitação  $v_1$  e  $v_2$ , então, a resposta à tensão de excitação  $v = c_1v_1 + c_2v_2$  (onde  $c_1$  e  $c_2$  são números reais) é dada pela corrente:

$$i = c_1i_1 + c_2i_2. \quad (54)$$

Memristores são dispositivos bastante genéricos, apresentando diversos tipos possíveis de curva tensão-corrente. Em um caso particular, o memristor pode ser linear e independente do tempo, sendo um resistor, nesse caso. No artigo de Chua de 1971, memristores foram construídos a partir da emulação de memristores físicos através de circuitos ativos, porém memristores físicos só foram produzidos em 2008.

Uma equipe do laboratório da HP em 30 de Abril de 2008 anunciou o primeiro memristor construído, utilizando um filme finíssimo de dióxido de titânio. Memristores são dispositivos que podem fazer parte de um circuito eletrônico, sendo um dispositivo de dois terminais onde o fluxo magnético  $\varphi(t)$  entre esses terminais é obtida a partir da carga elétrica total  $q(t)$  que passa pelo componente e de um funcional  $M[F(t)]$  que depende de uma função variável no tempo  $F(t)$ .

$$\varphi(t) = M[F(t)]q(t). \quad (55)$$

O fluxo pode ser obtido como a integral da voltagem:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t d\tau V(\tau). \quad (56)$$

Substituindo a equação 56 na equação 55, obtém-se:

$$\int_{-\infty}^t d\tau V(\tau) = M[F(t)]q(t). \quad (57)$$

Derivando a equação anterior, tem-se que:

$$V(t) = \frac{dM[F(t)]}{dt}q(t) + \frac{dq(t)}{dt}M[F(t)]. \quad (58)$$

Por outro lado, sabe-se que  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ , então:

$$V(t) = \frac{dM[F(t)]}{dt}q(t) + i(t)M[F(t)]. \quad (59)$$

Dividindo a equação anterior pela corrente  $i(t)$ , obtém-se a expressão:

$$\frac{V(t)}{I(t)} = \frac{dM[F(t)]}{dt} \frac{q(t)}{i(t)} + M[F(t)]. \quad (60)$$

Podemos definir a função  $R_M(t) = \frac{V(t)}{i(t)}$ , que substituída na equação anterior resulta em:

$$R_M(t) = \frac{dM[F(t)]}{dt} \frac{q(t)}{i(t)} + M[F(t)]. \quad (61)$$

A equação que descreve o funcionamento do dispositivo é dada em termos da voltagem e da corrente como:

$$V(t) = R_M(t)i(t). \quad (62)$$

A função  $R_M(t)$  é conhecida como memresistência, a qual pode ser vista como uma resistência variável no tempo. Sua definição é dada da mesma forma que para o resistor, capacitor e indutor através de quatro variáveis fundamentais sendo elas: corrente, tensão, carga elétrica e fluxo. Entretanto há uma diferença entre os três elementos e o memristor, pois eles são lineares e não variam com o tempo, já os memristores são não-lineares e podem ter uma grande variedade de funções de cargas que variem com o tempo. Cada memristor é caracterizado por uma função que descreve a variação do fluxo com a carga.

Para o caso em que funcional  $M[F(t)]$  depende apenas da carga, a função do tempo representa a própria carga em função do tempo  $F(t) = q(t)$ , portanto,  $M = M[q(t)]$ . Utilizando a regra da cadeia:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\delta M}{\delta q} \times \frac{dq}{dt}. \quad (63)$$

A derivada  $\delta M/\delta q$  é a derivada funcional de  $M$  com relação a  $q$ . Substituindo 63 em 61, tem-se:



$$\begin{aligned}
R_M(t) &= \frac{\delta M}{\delta q} \times \frac{dq}{dt} \times \frac{q(t)}{I(t)} + M[F(t)] \\
\Rightarrow R_M(t) &= \frac{\delta M}{\delta q} \times I(t) \times \frac{q(t)}{I(t)} + M[F(t)] \\
\Rightarrow R_M(t) &= \frac{\delta M}{\delta q} q(t) + M[F(t)].
\end{aligned} \tag{64}$$

A definição matemática mais básica de um memristor controlado por corrente pode ser obtida substituindo  $R_M[q(t)]$  no lugar de  $R_M(t)$  na equação 62.

Sendo  $R_M[q(t)]$  uma resistência generalizada e  $q$  a carga que atravessa o dispositivo, temos que:

$$V(t) = R_M[q(t)]I(t). \tag{66}$$

Sabemos que

$$q(t) = \int_{-\infty}^t d\tau I(\tau). \tag{68}$$

Substituindo a equação 68 em 66, temos:

$$V(t) = R_M \left[ \int_{-\infty}^t d\tau I(\tau) \right] I(t). \tag{70}$$

Se for considerado que a carga no instante  $t = 0$  é nula, então:

$$q(0) = \int_{-\infty}^0 d\tau I(\tau) = 0. \tag{72}$$

A equação anterior é não-linear e  $R_M$  não depende apenas do estado do sistema  $q(t)$  no tempo  $t$ , mas da história completa dos estados.

Por sua vez, o memristor controlado por voltagem pode ser obtido quando  $M$  depende do fluxo, ou seja,  $V(t) = M[\varphi(t)]$ , portanto:

$$V(t) = R_M \left[ \int_{-\infty}^t d\tau V(\tau) \right] I(t). \tag{74}$$

Se for considerado que o fluxo no instante  $t = 0$  é nulo, então:

$$\varphi(0) = \int_{-\infty}^0 d\tau V(\tau) = 0. \quad (76)$$

Para sistemas reais, de uma maneira geral, a função de resposta  $M$  não depende apenas da carga ou do fluxo, mas também depende de outras variáveis (variáveis de estado) que determinam o estado do sistema em um determinado instante de tempo. Essas variáveis podem ser a posição das vacâncias de oxigênio em filmes fino de dióxido de titânio que determinam a resistência do filme, ou a temperatura do termistor, ou o grau de polarização de spin em certas estruturas. Todas as variáveis de estados podem ser agrupadas em um vetor de estado  $x$ , sendo a evolução temporal das variáveis de estado descritas por uma equação

$$\frac{dx}{dt} = f(x, I, t), \quad (78)$$

onde  $f$  é uma função vetorial  $n$ -dimensional contínua. A equação 70 pode ser generalizada, de maneira a levar em conta as variáveis de estado  $x$ , resultando em:

$$V(t) = R_M[x, I, t]I(t). \quad (80)$$

Esse tipo de generalização, apareceu primeiramente em um artigo de Chua de 1976, sendo esses elementos (que são controlados por corrente) denominados de sistemas memresistivos, contudo, utilizar-se-á a nomenclatura empregada no manual do NGSPICE, em que esses sistemas também são denominados de memristores.

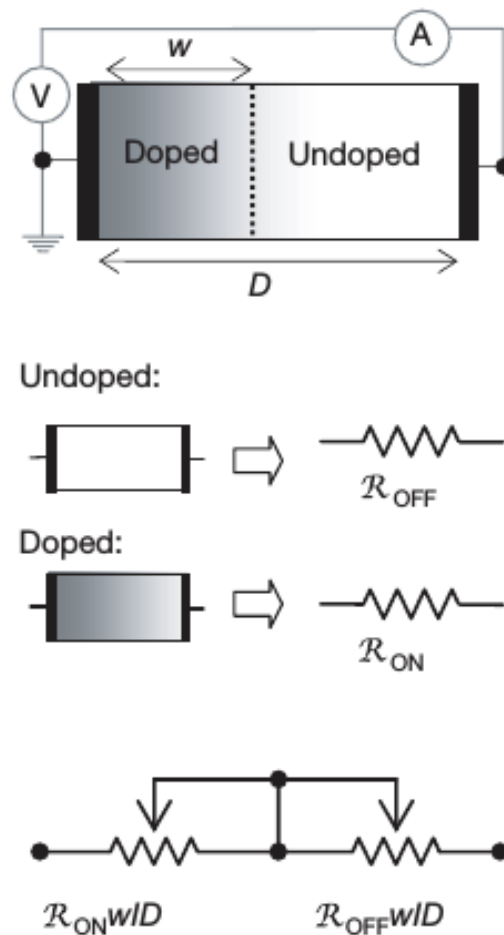
### 3.3 O PRIMEIRO MEMRISTOR FÍSICO

Em 2008, pesquisadores da HP apresentaram um modelo físico de um dispositivo de dois terminais que se comportava como um memristor perfeito para uma certa faixa de valores da variável de estado  $w$  e como um sistema memresistivo para outra faixa de valores. O modelo de memristor proposto na referência (STRUKOV; AL, 2008) fornece uma explicação simplificada para os resultados de curvas  $i$ - $v$  anômalas obtidas em vários experimentos descritos na literatura ao longo das últimas décadas, com dispositivos de dois terminais em nanoescala com filmes finos. Essas curvas anômalas correspondem a laços de histerese, estados de condutância múltipla e resistência diferencial negativa.

O chaveamento elétrico em filmes finos pode ir além dos limites dos dispositivos semicondutores atuais, sendo que a natureza microscópica da troca de resistência elétrica e do transporte de cargas ainda não foi completamente entendido. O memristor proposto pela HP em 2008, consistia de uma fina película semicondutora de espessura  $D$  ensanduichado entre dois contactos de metal (ver figura 6).

O filme semicondutor possui duas regiões: uma com alta concentração de dopantes (íons positivos) e baixa resistência, e a outra com baixa concentração de dopantes e alta resistência. A resistência total do dispositivo é a associação em série dessas resistências.

**Figura 6: O modelo de resistor variável para um memristor.**



**Fonte:** (STRUKOV; AL, 2008)

Se um potencial externo  $v(t)$  for aplicado ao dispositivo, a fronteira entre as duas regiões mover-se-á, devido ao movimento de deriva dos dopantes carregados. Considerando uma condução eletrônica ôhmica e um movimento de deriva iônica

linear devido a um campo uniforme com mobilidade iônica média de  $\mu_V$ , tem-se:

$$v(t) = \left[ R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{off} \left( 1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right] i(t), \quad \frac{dw(t)}{dt} = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} i(t). \quad (82)$$

Integrando a equação anterior, obtém-se:

$$w(t) = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} q(t). \quad (84)$$

Substituindo 86 em 82, e considerando  $R_{ON} \ll R_{off}$ , é obtida a equação:

$$M(q) = R_{off} - R_{off} \frac{\mu_V R_{ON}}{D^2} q(t). \quad (86)$$

O segundo termo do lado direito é quem dá a característica de memristor ao dispositivo, mas esse termo torna-se significativo apenas na nanoescala quando o valor de  $1/D^2$  torna-se considerável.

### 3.4 O MODELO SPICE DE UM MEMRISTOR

O modelo de memristor para o simulador de circuito NGSPICE utilizado neste trabalho é aquele disponibilizado no artigo (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013).

Nesse artigo, é implementado, em ambiente SPICE, um memristor controlado por voltagem especificado por cinco diferentes parâmetros. Esses dispositivos representam memoresistivos com voltagens de limiar os quais correspondem aos sistemas realizáveis experimentalmente.

As equações de um memristor controlado por voltagem, com um vetor de estados  $x$  de  $n$  variáveis e, memresistência  $R_M$ , pode ser expressa na forma:

$$\begin{aligned} I(t) &= R_M^{-1}(x, V, t) V(t), \\ \frac{dx}{dt} &= F(x, V, t). \end{aligned} \quad (88)$$

Nas simulações será utilizada a mesma função  $F(x, V, t)$  empregada em (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013), a qual é dada por:

$$F(x, V, t) = f(V) [\theta(V) \theta(R_{off} - x) + \theta(-V) \theta(x - R_{on})]. \quad (90)$$

Em que  $\theta$  é a função de Heaviside, definida como:

$$\theta(z) = \begin{cases} 1, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases}. \quad (92)$$

Portanto, se  $V \geq 0$ , então:

$$F(x, V, t) = f(V)\theta(R_{off} - x). \quad (94)$$

Para que  $F(x, V, t)$  seja diferente de zero,  $\theta(R_{off} - x)$  deve ser igual a 1 e, portanto,  $R_{off} - x \geq 0 \Rightarrow x \leq R_{off}$ . Por outro lado, se  $V < 0$ , então:

$$F(x, V, t) = f(V)\theta(x - R_{on}). \quad (96)$$

Para que  $F(x, V, t)$  seja diferente de zero,  $\theta(x - R_{on})$  deve ser igual a 1 e, portanto,  $x - R_{on} \geq 0 \Rightarrow x \geq R_{on}$ . Portanto:

$$R_{on} \leq x \leq R_{off}. \quad (98)$$

Logo, as equações em 88 podem ser reescritas como:

$$\begin{aligned} I(t) &= R_M^{-1}(x, V, t)V(t), \\ \frac{dx}{dt} &= f(V), \quad R_{on} \leq x \leq R_{off}. \end{aligned} \quad (100)$$

A função  $f(V)$  foi definida de acordo com a referência (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013), sendo dada por:

$$f(V) = \beta V + \frac{\alpha - \beta}{2} [|V + V_t| - |V - V_t|]. \quad (102)$$

Em que  $V_t \geq 0$  é a voltagem de limiar. Se  $V < -V_t$ , então  $V + V_t < 0$ , portanto,  $|V + V_t| = -V - V_t$ . Além disso,  $V < -V_t < V_t$ , então  $V - V_t < 0$ , portanto,  $|V - V_t| = -V + V_t$ . Portanto:

$$f(V) = \beta V + \frac{\alpha - \beta}{2}[-V - V_t + V - V_t] = \beta V - (\alpha - \beta)V_t. \quad (104)$$

Dessa forma,  $f(V)$  é uma reta de inclinação  $\beta$  quando  $V$  é menor do que a voltagem de limiar. Se  $V > V_t$ , então  $V - V_t > 0$ , portanto,  $|V - V_t| = V - V_t$ . Além disso,  $-V_t < V_t < V$ , então  $V + V_t > 0$ , portanto,  $|V + V_t| = V + V_t$ . Portanto:

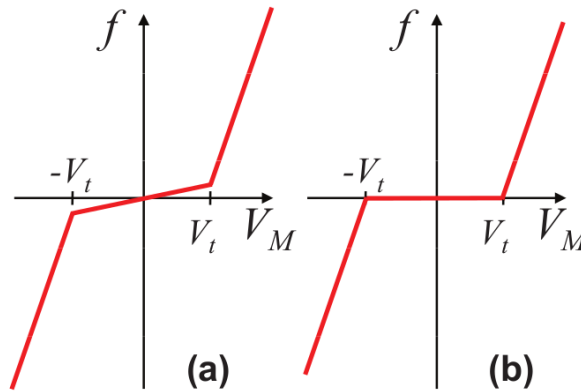
$$f(V) = \beta V + \frac{\alpha - \beta}{2}[V + V_t - V - V_t] = \beta V + (\alpha - \beta)V_t. \quad (106)$$

Dessa forma,  $f(V)$  é uma reta de inclinação  $\beta$  quando  $V$  é maior do que a voltagem de limiar. Se  $-V_t \leq V \leq V_t$ , então  $V + V_t \geq 0$ , portanto,  $|V + V_t| = V + V_t$ . Além disso,  $V - V_t \leq 0$ , portanto,  $|V - V_t| = -V + V_t$ . Portanto:

$$f(V) = \beta V + \frac{\alpha - \beta}{2}[V + V_t + V - V_t] = \beta V + (\alpha - \beta)V = (\beta + \alpha - \beta)V = \alpha V. \quad (108)$$

Dessa forma,  $f(V)$  é uma reta de inclinação  $\alpha$  quando  $-V_t \leq V \leq V_t$ .

**Figura 7: Função  $f(V)$  em função da voltagem  $V$  no memristor para (a)  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$  e (b)  $\alpha = 0$  e  $\beta > 0$ .**

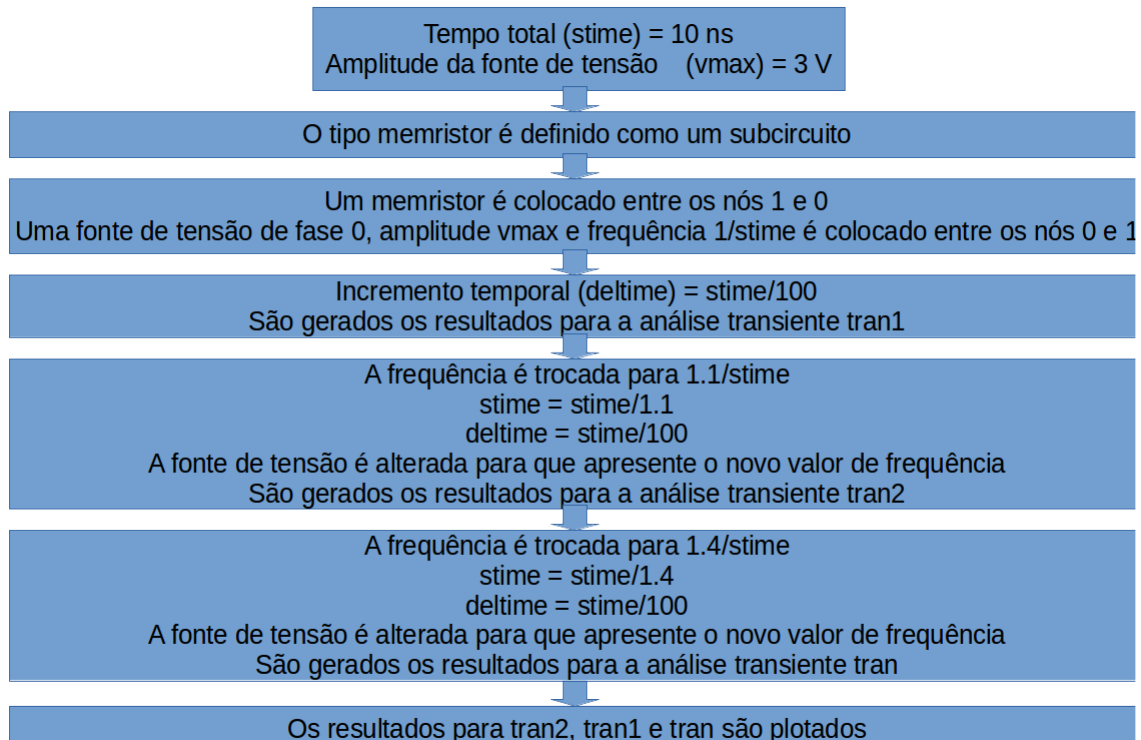


**Fonte:** (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013)

### 3.5 LINGUAGEM SPICE

Nessa seção analisaremos os resultados obtidos com o exemplo de implementação de memristor no NGSPICE, o qual é disponibilizado na própria página do NGSPICE (NGSPICE, 2012). Uma visão geral do código é mostrada no fluxograma da figura 8. No restante desta seção, o código será explicado em detalhes.

**Figura 8: Fluxograma do código que implementa um memristor no NGSPICE.**



**Fonte:** Produzido pela autora do trabalho.

Na figura 9, são mostradas as linhas de código de 1 a 24, do programa SPICE que implementa o memristor. A seguir, são apresentados comentários, explicando cada uma dessas linhas de forma detalhada:

- linha 1: A primeira linha de um código em linguagem SPICE sempre representa o título, no caso: "Memristor with threshold"(Memristor com limiar).
- Das linhas 2, 3, 4, 5, 7, 8, 13, 18, 19, 20, 21, 22: O símbolo de asterisco (\*) no início da linha de código representa um comentário, que não representa nenhuma instrução do SPICE.
- Das linhas 6, 9, 12, 16 e 24: As linhas em branco são ignoradas pelo SPICE.
- Das linhas 10 e 11: A instrução ".param" é utilizada para definir um parâmetro no NGSPICE. O parâmetro "stime", definido na linha 10, representa o tempo total de simulação, o qual foi inicializado como 10 nanosegundos. O parâmetro "vmax", definido na linha 11, representa a amplitude máxima da fonte de tensão, a qual foi inicializada com o valor de 3 volts.
- Das linhas 14 e 15: A instrução ".csparm" cria um vetor constante a partir de um parâmetro previamente definido. Esses vetores constantes podem ser usados

**Figura 9: Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (24 primeiras linhas)**

```

1   Memristor with threshold
2   * Y. V. Pershin, M. Di Ventra:
3   * "SPICE model of memristive devices with threshold",
4   * arXiv:1204.2600v1 [physics.comp-ph] 12 Apr 2012,
5   * http://arxiv.org/pdf/1204.2600.pdf
6
7   * Parameter selection and plotting by
8   * Holger Vogt 2012
9
10  .param stime=10n
11  .param vmax = 3
12
13  * send parameters to the .control section
14  .csparam stime={stime}
15  .csparam vmax={vmax}
16
17  Xmem 1 0 memristor
18  * triangular sweep (you have to adapt the parameters to
19  * 'alter' command in the .control section)
20  * V1 1 0 DC 0 PWL(0 0 '0.25*stime' 'vmax' '0.5*stime'
21  * 0 '0.75*stime' '-vmax' 'stime' 0)
22  * sinusoidal sweep
23  V1 0 1 DC 0 sin(0 'vmax' '1/stime')
24

```

**Fonte:** (NGSPICE, 2012)

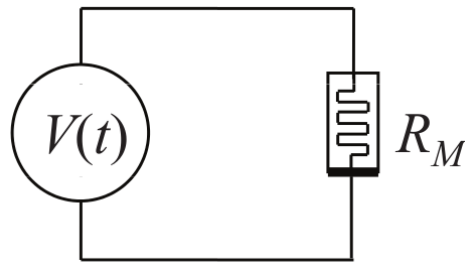
em scripts ngspice e seções ".control". O vetor constante "stime" é definido a partir do parâmetro "stime", definido na linha 14. O vetor constante "vmax" é definido a partir do parâmetro "vmax", definido na linha 15.

- Da linha 17: A linha de código que inicia com a letra "X" representa um subcircuito. Na linha 17, "Xmem" denomina um elemento de circuito definido como um subcircuito ("memristor") que representa um memristor cujos terminais estão ligados aos nós "1" e "0". O nó "0" representa o terra do circuito.
- Da linha 23: Quando uma linha de código inicia com a letra "V", é definida uma fonte de tensão, a qual é mostrada na figura 10. Na linha 23, é definida uma fonte de tensão "V1" cujos terminais estão ligados ao nós "0" e "1". O valor DC da fonte de tensão é igual a zero. A forma de onda é uma senoide de fase "0",



amplitude "vmax" e frequência "1/stime", ou seja, a frequência foi definida como o inverso do tempo total de simulação, o qual será, portanto, igual ao período da senóide.

Figura 10: Dispositivo memresistivo diretamente conectado a uma fonte de tensão  $V(t)$



Fonte: (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013)

Figura 11: Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 25 a 40)

```

25 * memristor model with limits and threshold
26 * "artificial" parameters alpha, beta, and vt. beta and vt
27 * adapted to basic programming frequency
28 * just to obtain nice results!
29 * You have to care for the physics and set real values!
30 .subckt memristor plus minus PARAMS: Ron=1K Roff=10K
31 Rinit=7.0K alpha=0 beta=20e3/stime Vt=1.6
32 Bx 0 x I='((f1(V(plus)-V(minus)))> 0) && (V(x) < Roff)) ?
33 {f1(V(plus)-V(minus))}: (((f1(V(plus)-V(minus))) < 0) &&
34 (V(x)>Ron)) ? {f1(V(plus)-V(minus))}: 0) '
35 Vx x x1 dc 0
36 Cx x1 0 1 IC={Rinit}
37 Rmem plus minus r={V(x)}
38 .func f1(y)={beta*y+0.5*(alpha-beta)*(abs(y+Vt)-abs(y-Vt))}
39 .ends
40

```

Fonte: (NGSPICE, 2012)

Na figura 11, são mostradas as linhas de código de 25 a 40, do programa SPICE que implementa o memristor. A seguir, são apresentados comentários, explicando cada uma dessas linhas de forma detalhada:

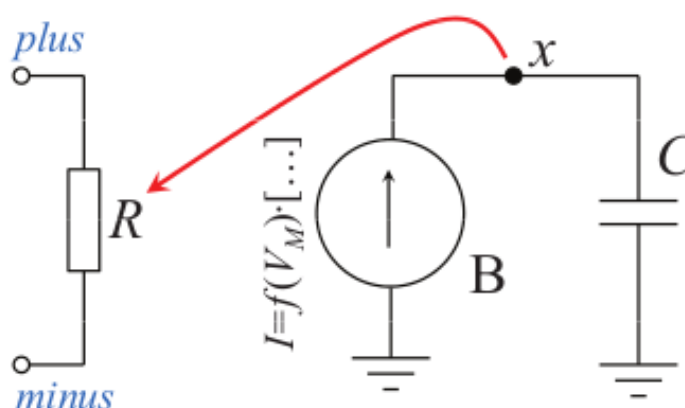
- As linhas 25 a 29 representam comentários (iniciam com \*).

- As linhas de 30 a 37 apresentam o elemento "memristor" como um subcircuito. A instrução ".subckt" é utilizada para definir um novo tipo de elemento na forma de um subcircuito. Na instrução ".subckt" são definidos seis parâmetros  $R_{on}=1K$ ,  $R_{off}=10K$ ,  $R_{init}=7.0K$ ,  $\alpha=0$ ,  $\beta=20e3/stime$  e  $V_t=1.6$ . A memresistência  $R_M$  é limitada ao intervalo  $R_{on} \leq R_m \leq R_{off}$ ,  $R_{init}$  é o valor com que  $R_M$  é inicializada,  $\alpha$  é o parâmetro  $\alpha$  da seção anterior,  $\beta$  é o parâmetro  $\beta$  da seção anterior, e  $V_t$  é a tensão de limiar.
- Na linha 32, "Bx" representa uma fonte dependente não-linear. O nome desse tipo de elemento sempre inicia com a letra B. Os terminais do elemento estão ligados aos nós "0"(terra) e "x"(ver figura 12). Esse elemento é uma fonte de corrente, pois seus valores são determinados pela expressão "I=", caso fosse utilizado "V=", seria uma fonte de tensão.
- Na linha 35, é criada a variável "Vx" que corresponde a tensão no nó "x". Uma maneira simples de fazer isso, a qual é utilizada no código, é criar uma fonte DC ligando o nó "x" a outro no "x1", os quais estão, portanto, submetidos a um mesmo potencial "Vx".
- Na linha 36, é definido o capacitor "Cx", pois, no SPICE, a linha de código que inicia com a letra C, representa um capacitor. O capacitor "Cx" possui dois terminais, os quais estão ligados aos nós "x1" e "0"(terra). A capacitância é escolhida com o valor de "1" Farad. O comando "ic" representa a condição inicial, no caso, "ic" é a tensão inicial nos terminais do capacitor, a qual é escolhida com o valor "IC=Rinit".
- Na linha 37, é definida a memresistência do memristor como um resistor dependente de uma expressão. Nesse caso, a memresistência é escolhida como o valor da voltagem no terminal "x", isto é, " $r = V(x)$ ". O memristor é definido como um elemento de dois terminais, os quais estão ligados aos nós "plus" e "minus". Nota-se que a linha inicia com a letra R, o que significa que o elemento é um resistor.
- Na linha 38, é definida a função da voltagem  $f(V)$  da equação 104, sendo denominada de "f1(y)". A instrução que cria uma nova função no NGSPICE, inicia com ".func", em seguida devem aparecer o identificador da função e a expressão da mesma. O identificador é "f1(y)", ou seja, o nome da nova função definida é "f1", a qual é função da variável "y". A expressão dessa função é dada por " $f1(y)=\beta*y+0.5*(\alpha-\beta)*(abs(y+Vt)-abs(y-Vt))$ ".
- Na linha 39, aparece a instrução ".ends". A linha ".ends" deve ser a última linha

da definição de qualquer subcircuito. Nessa instrução pode aparecer o nome do subcircuito, que ao ser incluído, indica qual definição de subcircuito está sendo finalizada. Na linha 39, não aparece o nome do subcircuito, nesse caso, todas as definições de subcircuitos são encerradas, ou seja, o subcircuito "memristor" é finalizado, pois é o único subcircuito definido no programa. Todavia, quando existirem várias definições de subcircuitos aninhadas, é necessário colocar o nome do subcircuito que está sendo finalizado.

- A linha 40 está em branco, portanto, é ignorada pelo SPICE.

**Figura 12: Função  $f(V)$  em função da voltagem  $V$  no memristor para (a)  $\alpha > 0$  e  $\beta > 0$  e (b)  $\alpha = 0$  e  $\beta > 0$**



**Fonte:** (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013)

Na figura 13, são mostradas as linhas de código de 41 a 52, do programa SPICE que implementa o memristor. A seguir, são apresentados comentários, explicando cada uma dessas linhas de forma detalhada:

- As linhas 41 e 42 representam comentários.
- A linha 43 inicia uma seção control, através da instrução ".control". O código de um circuito é escrito em um arquivo de texto, o qual é simulado no NGSPICE, através do comando "ngspice". Para executar a simulação do circuito é necessário utilizar o comando "run" e, para plotar os resultados, o comando "plot". Todavia, é possível colocar esses comandos embutidos no próprio código do circuito. Dessa forma, utiliza-se unicamente o comando "ngspice" para carregar o circuito, executar a simulação e plotar os resultados. A fim de embutir os comandos "run" e "plot" no arquivo do circuito, é necessário utilizar uma seção control, a qual é iniciada com a instrução ".control".

- As linhas 44 e 45 são comentários.
- Na linha 46, é definido o incremento temporal utilizado na simulação. O tempo total de simulação é "stime" e, são utilizados "100" pontos de simulação, portanto, o incremento temporal é  $\text{delttime} = \text{stime}/100$ . O comando "let" é utilizado para declarar variáveis, no caso, está sendo utilizado para declarar a variável "delttime".
- Na linha 47, o tipo de análise a ser realizada na simulação é escolhido, no caso, foi escolhida uma análise transiente, através do comando "tran". A análise transiente é aquela realizada no domínio do tempo, ou seja, as correntes e voltagens nos componentes do circuito são calculadas como funções do tempo. Os valores que aparecem após o comando "tran", são o incremento temporal, em seguida, o tempo total de simulação. Na linha 47, está escrito "tran  $\text{\$delttime} \text{\$stime} \text{uic}$ ", significando que "delttime" é o incremento temporal e "stime" é o tempo total de simulação. Os símbolos  $\text{\$}$  indicam que " $\text{\$delttime}$ " e " $\text{\$stime}$ " são vetores aos quais são atribuídos os valores das variáveis "delttime" e "stime". A opção "UIC", quando especificada na instrução ".tran", faz com que as condições iniciais especificadas para os elementos, sejam levadas em conta.
- As linhas 48, 49 e 50 são comentários.
- Na linha 51, é declarada a variável "newfreq", a qual corresponde a uma nova frequência com um aumento de 10% com relação a frequência anterior utilizada na forma de onda senoidal da fonte de tensão "V1". Dessa forma, o valor da variável "newfreq" é calculada como  $\text{newfreq} = 1.1/\text{stime}$ . A declaração da variável é feita com a instrução "let".
- Na linha 52, há a redução do tempo total de simulação, para que a forma senoidal de "V1" seja mostrada durante um único período. Com esse intuito, a nova fonte deve apresentar um tempo total de simulação dado por  $\text{newstime} = \text{stime}/1.1$ . A declaração da variável "newstime" é feita com a instrução "let".

Na figura 14, são mostradas as linhas de código de 53 a 68, do programa SPICE que implementa o memristor. A seguir, são apresentados comentários, explicando cada uma dessas linhas de forma detalhada:

- Na linha 53, a instrução "let" é utilizada para declarar a variável  $\text{delttime} = \text{newtime}/100$ . À variável "delttime" é atribuído o valor  $\text{newtime}/100$ .
- Na linha 54, é utilizada a instrução "alter", a qual altera o valor de um dispositivo ou um parâmetro específico de um dispositivo ou modelo. O nome de vetores

**Figura 13: Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 41 a 52)**

```

41      * transient simulation same programming voltage but rising
42      * frequencies
43      .control
44      *** first simulation ***
45      * approx. 100 simulation points
46      let deltime = stime/100
47      tran  $\$&deltime$   $\$&stime$  uic
48      * plot i(v1) vs v(1)
49      *** you may just stop here ***
50      * raise the frequency
51      let newfreq = 1.1/stime
52      let newstime = stime/1.1

```

**Fonte:** (NGSPICE, 2012)

no NGSPICE pode ser iniciado pelo símbolo @. A frequência da fonte "V1" é alterada para "newfreq".

- Na linha 55, uma nova análise transiente é escolhida, utilizando o comando "tran" com os novos valores de incremento temporal "deltime" e tempo máximo de simulação "newstime", em que as condições iniciais são consideradas (o que é garantido pela condição "uic"). É importante destacar que, a análise transiente anterior será denominada pelo NGSPICE de "tran1" e, essa nova análise transiente será denominada de "tran2".
- As linhas 56, 62, 65 são comentários.
- Na linha 57, é declarada a variável "newfreq", com um aumento de 40% com relação à frequência anterior.
- Na linha 58, é declarada a variável "newstime", com a redução do tempo total de simulação, para que o mesmo seja o período correspondente à nova frequência.
- Na linha 59, é declarada variável "deltime", correspondente ao novo incremento temporal, dado pela centésima parte do período.
- Na linha 60, a instrução "alter" é utilizada para alterar a frequência da fonte de tensão "V1".
- Na linha 61, a instrução "tran" é utilizada para que uma nova análise transiente seja realizada. Essa nova análise transiente é rotulada pelo NGSPICE como "tran3".
- Na linha 63, o comando "plot" é utilizado para plotar todas as correntes internas

ao circuito do memristor com limiar. O comando "plot alli"plota todos os vetores de corrente. Na linha 63, aparece "plot tran1.alli tran2.alli alli", ou seja, são plotadas as todos os vetores de corrente em função do tempo da primeira análise transiente, o que é representado por "tran1.alli", todos os vetores de corrente em função do tempo da segunda análise transiente, o que é representado por "tran2.alli", e todos os vetores de corrente em função do tempo da atual análise transiente, o que é representado por "alli". Além disso, é escolhido um título a ser exibido pelo gráfico: 'Memristor with threshold: Internal Programming currents', o qual aparece na linha 64.

- Na linha 66, é utilizado o comando "settype", o qual possui a forma geral "settype type vector", e tem a funcionalidade de modificar o tipo dos vetores denominados em "type". O nomes "type"podem ser encontrados na tabela 1. No caso da linha 66, são configurados os vetores de impedância no nó "x1", para o dispositivo "xmem", para a análise transiente atual "xmem.x1", para a primeira análise transiente "tran1.xmem.x1"e, para a segunda análise transiente "tran2.xmem.x1".
- As linhas 67 e 68 contêm a instrução plot, a qual é utilizada para plotar as impedâncias "xmem.x1", "tran1.xmem.x1"e "tran2.xmem.x1"em função do tempo. No gráfico obtido, é exibido o título: 'Memristor with threshold: resistance'.

**Tabela 1: Valores de tipo assumidos no comando settype.**

Type	Unit	Type	Unit
notype		pole	
time	s	zero	
frequency	Hz	s-param	
voltage	V	temp-sweep	Celsius
current	A	res-sweep	Ohms
onoise-spectrum	(V or A) <sup>2</sup> /Hz	impedance	Ohms
onoise-integrated	V or A	admittance	Mhos
inoise-spectrum	(V or A) <sup>2</sup> /Hz	power	W
inoise-integrated	V or A	phase	Degree
		decibel	dB

**Fonte:** (NGSPICE, 2012)

**Figura 14: Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 53 a 68)**

```

53     let deltime = newstime/100
54     alter @V1[sin] [ 0 $&vmax $&newfreq ]
55     tran $&deltime $&newstime uic
56     * raise the frequency even more
57     let newfreq = 1.4/stime
58     let newstime = stime/1.4
59     let deltime = newstime/100
60     alter @V1[sin] [ 0 $&vmax $&newfreq ]
61     tran $&deltime $&newstime uic
62     * the 'programming' currents
63     plot tran1.alli tran2.alli alli title
64     'Memristor with threshold: Internal Programming currents'
65     * resistance versus time plot
66     settype impedance xmem.x1 tran1.xmem.x1 tran2.xmem.x1
67     plot xmem.x1 tran1.xmem.x1 tran2.xmem.x1
68     title 'Memristor with threshold: resistance'

```

**Fonte:** (NGSPICE, 2012)

**Figura 15: Código que implementa um exemplo de memristor no NGSPICE (de 69 a 78)**

```

69     * resistance versus voltage (change occurs only above threshold!)
70     plot xmem.x1 vs v(1) tran1.xmem.x1 vs tran1.v(1)
71     tran2.xmem.x1 vs tran2.v(1)
72     title 'Memristor with threshold: resistance'
73     * current through resistor for all plots versus voltage
74     plot i(v1) vs v(1) tran1.i(v1) vs tran1.v(1) tran2.i(v1) vs tran2.v(1)
75     title 'Memristor with threshold: external current loops'
76     .endc
77
78     .end

```

**Fonte:** (NGSPICE, 2012)

Na figura 15, são mostradas as linhas de código de 69 a 78, do programa *SPICE* que implementa o memristor. A seguir, são apresentados comentários, explicando cada uma dessas linhas de forma detalhada:

- A linha 69 é um comentário.
- A linha 70 utiliza o comando "plot" para plotar a resistência "xmem.x1" em função da voltagem "v(1)", o que pode ser feito utilizando o argumento "vs": "plot xmem.x1 vs v(1)". No mesmo gráfico é plotado "tran1.xmem.x1" em função de

"tran1.v(1)".

- Na linha 71, é plotado "tran2.xmem.x1" em função de "tran2.v(1)", no mesmo gráfico.
- Na linha 72, é escolhido um título que o gráfico exibirá: 'Memristor with threshold: resistance'.
- A linha 73 é um comentário.
- Na linha 74 são plotadas as correntes "i(v1)", "tran1.i(v1)" e "tran2.i(v1)", respectivamente, em função de "v(1)", "tran1.v(1)" e "tran2.v(1)", no mesmo gráfico.
- Na linha 75, é escolhido um título que o gráfico exibirá: 'Memristor with threshold: external current loops'.
- Na linha 76, a instrução ".enc" finaliza o a seção control.
- A linha 77 é uma linha em branco.
- Na linha 78, a instrução ".enc" finaliza o programa.

### 3.6 DETALHES DA FONTE DE CORRENTE NÃO-LINEAR

Fontes de corrente dependentes não-lineares são representadas como:

$$BXXXXXXXX \ n+ \ n- \ I = expressão \quad (110)$$

Em que *BXXXXXXXX* é o nome da fonte de corrente,  $n+$  é o nó positivo,  $n-$  é o nó negativo e  $I = expressão$  é a expressão da corrente. Há uma grande disponibilidade de funções e operações, as quais podem ser utilizadas para obter a expressão da corrente. As seguintes funções de uma única variável real são definidas:

- Funções trigonométricas: cos, sin, tan, acos, asin, atan;
- Funções hiperbólicas: cosh, sinh, acosh, asinh, atanh;
- Funções exponencial e logarítmica: exp, ln, log;
- Outras funções: abs, sqrt, u, u2, uramp, floor, ceil.

A função "u" é a função degrau unitário ou função de Heaviside, com valor um para argumentos maiores do que zero e valor zero para argumentos menores do que zero. A função "u2" retorna o valor zero para argumentos menores do que zero, um para argumentos maiores do que um e assume o valor do argumento entre zero e um. A função "uramp" é a função rampa unitária e representa a integral do degrau unitário: para uma argumento x, o valor é zero se x é menor do que zero, ou x se x é maior



do que zero. Funções de duas variáveis, como min e max, também são definidas. Além disso, é definida uma função de três variáveis, a função ternária:  $A ? B : C$ , cujo resultado é B se A for uma proposição verdadeira e C se A for uma proposição falsa. Pode-se ler a função ternária como: se A então B senão C. Os seguintes operadores padrões são definidos:

$$+, -, *, /, ^ \quad (111)$$

Os seguinte operadores lógicos são definidos:

$$!, <, >, >=, <=, ==, >, <, ||, \&\&, !. \quad (112)$$

Para implementar a fonte de corrente não-linear, foi utilizada a função ternária, como mostrado a seguir:  $'((f1(V(\text{plus})-V(\text{minus})) > 0) \&\& (V(x) < R_{off})) ? f1(V(\text{plus})-V(\text{minus})) : (((f1(V(\text{plus})-V(\text{minus})) < 0) \&\& (V(x) > R_{on})) ? f1(V(\text{plus})-V(\text{minus})) : 0)'$ . O propósito destas funções é limitar  $R_M$  entre  $R_{on}$  e  $R_{off}$ .

### 3.7 RESULTADOS

Plotando as correntes no memristor do circuito da figura 10, através da linha de código "plot tran1.alli tran2.alli alli title 'Memristor with threshold: Internal Programming currents'", são obtidas as curvas da figura mostrada a seguir:

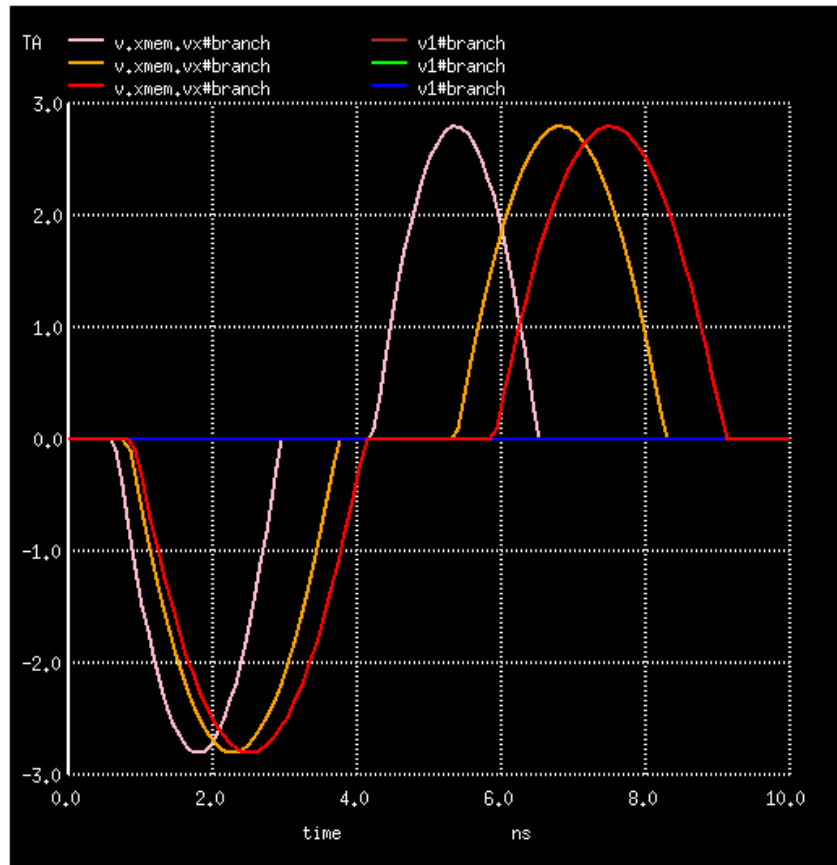
Na figura 16, são mostradas as curvas de corrente no memristor. O tempo de simulação de  $10ns$  corresponde a um período da fonte senoidal de tensão, durante o qual a memristor alterna entre intervalos em que não conduz e intervalos em que conduz, portanto, observa-se que esse dispositivo é não-linear.

Plotando a memresistência do memristor do circuito da figura 10 em função do tempo, através da linha de código "plot xmem.x1 tran1.xmem.x1 tran2.xmem.x1 title 'Memristor with threshold: resistance'", são obtidas as curvas da figura mostrada a seguir:

Na figura 17, são mostradas as curvas de memresistência versus tempo. Observando essa figura, nota-se que a memresistência é variante com o tempo, portanto, o memristor pode ser visto como um resistor de resistência variável. O mais importante a ser destacado nessa simulação, é o baixo tempo de comutação entre os estados  $R_{ON}$  e  $R_{off}$ , o qual para a maior frequência foi de  $2ns$ .

Plotando a memresistência do memristor do circuito da figura 10 em função da tensão nos terminais do memristor, através da linha de código "plot xmem.x1

Figura 16: Curvas de corrente no memristor em função do tempo.



Fonte: Obtida pela autora do trabalho com o NGSPICE.

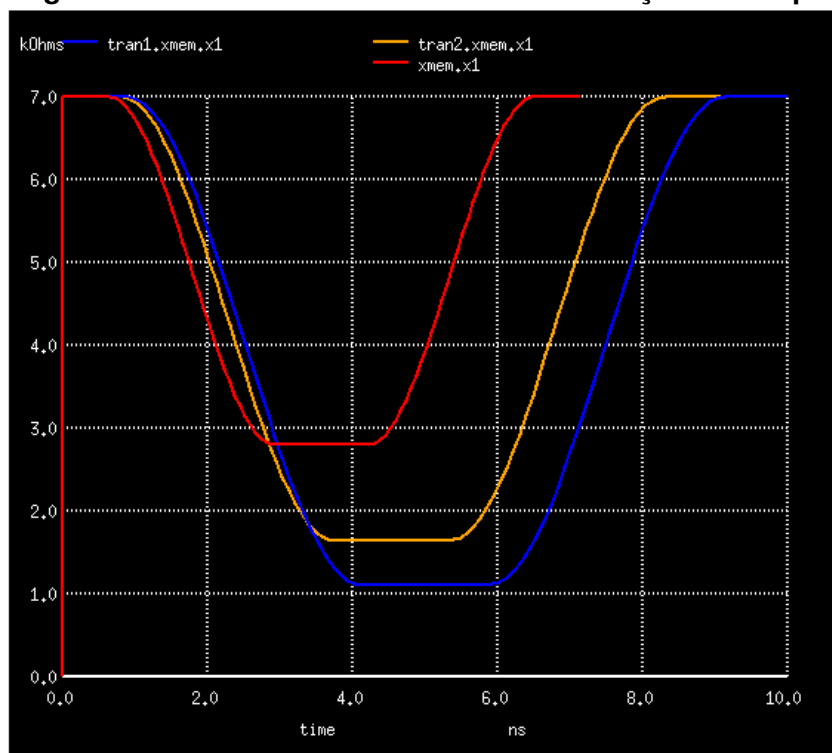
vs v(1) tran1.xmem.x1 vs tran1.v(1) tran2.xmem.x1 vs tran2.v(1) title 'Memristor with threshold: resistance"', são obtidas as curvas da figura mostrada a seguir:

Na figura 18, são mostradas as curvas de memresistência versus tensão. Observando essa figura, nota-se que a memresistência é mantida constante enquanto a tensão de limiar de  $1,6V$  não é excedida. Ao exceder a tensão de limiar é realizada a troca do valor da memresistência. Dessa forma, controlando a tensão para que exceda ou não a tensão de limiar, é possível escolher entre dois valores de memresistência, portanto, o memristor é um dispositivo com memória, uma vez que o estado do dispositivo depende dos seus estados anteriores.

Os memristores são dispositivos não-voláteis, pois, enquanto a tensão de limiar não for excedida, não há a comutação entre os estados  $R_{ON}$  e  $R_{off}$ , portanto, o estado permanece inalterado se a tensão de alimentação for nula.

Plotando a corrente do memristor do circuito da figura 10 em função da tensão nos terminais do memristor, através da linha de código "plot i(v1) vs v(1) tran1.i(v1) vs tran1.v(1) tran2.i(v1) vs tran2.v(1) title 'Memristor with threshold: external current

**Figura 17: Curvas de memresistência em função do tempo.**

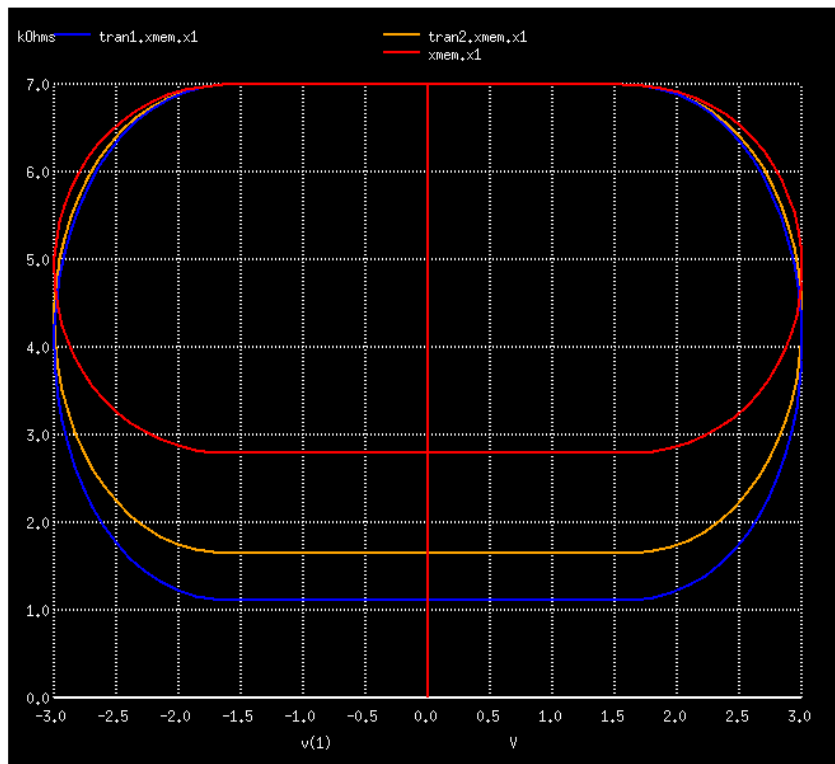


**Fonte:** Obtida pela autora do trabalho com o NGSPICE.

loops", são obtidas as curvas da figura mostrada a seguir:

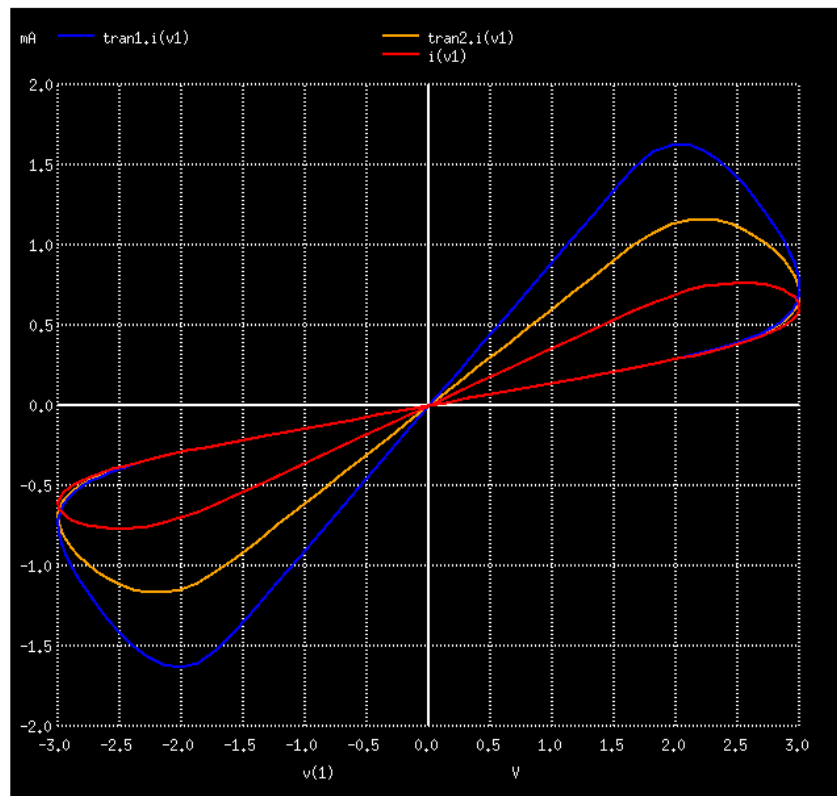
Na figura 19, são mostradas as curvas das características i-v (corrente-tensão) do memristor, as quais representam laços de histerese. Esses laços demonstram que o memristor é um dispositivo com memória. Nota-se que enquanto a tensão de limiar não é excedida, a característica i-v não difere daquela obtida para um resistor comum, mas quando a tensão de limiar é excedida, realiza-se a troca da curva característica i-v, a qual, por sua vez, depende da história anterior do memristor. No laço, observa-se algumas regiões em que há ocorrência de resistência diferencial negativa, isto é, um aumento de tensão está associado com uma redução da corrente. Esse é um dos fenômenos anômalos observados em memristores. Outro fenômeno importante, também observado em memristores é que a medida que as frequências tornam-se mais altas a histerese colapsa para uma linha estreita. Portanto, todos os fenômenos característicos de memristores podem ser observados no modelo SPICE analisado.

Figura 18: Curvas de memresistência em função da tensão.



Fonte: Obtida pela autora do trabalho com o NGSPICE.

**Figura 19:** Curvas das características i-v do memristor, as quais representam laços de histerese.



**Fonte:** Obtida pela autora do trabalho com o NGSPICE.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi analisado o modelo de um memristor disponível na biblioteca do programa livre NGSPICE (NGSPICE, 2012), o qual segue o modelo proposto na referência (PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, 2013). O modelo de memristor proposto na referência [memristor:missing] fornece uma explicação simplificada para os resultados de curvas i-v anômalas obtidas em vários experimentos descritos na literatura ao longo das últimas décadas, com dispositivos de dois terminais em nanoescala com filmes finos. Essas curvas anômalas correspondem a laços de histerese, estados de condutância múltipla e resistência diferencial negativa.

Foram apresentados alguns conceitos básicos relativos à teoria de circuitos, como o de variáveis fundamentais da teoria de circuitos: corrente  $i(t)$ , voltagem  $v(t)$ , carga  $q(t)$  e fluxo  $\varphi(t)$ ; e como elas estão relacionadas nos componentes de circuito lineares mais básicos: resistores, capacitores e indutores. Foi apresentado o conceito de memristor, como previsto em 1971 por Leon Chua, e o conceito de memristor relacionado ao primeiro memristor construído em 2008 por pesquisadores no Laboratório da HP. Além disso, foi analisado o modelo de memristor para NGSPICE proposto na referência [Pershin:spice].

Foram plotadas as curvas de corrente em função do tempo, evidenciando a natureza não-linear dos dispositivos memristores. Foram plotadas as curvas de resistência em função do tempo, mostrando que os memristores possuem resistência variante no tempo. Além disso, constatou-se que os tempos de comutação entre os estados  $R_{on}$  e  $R_{off}$  são muito menores do que os dispositivos de memória convencionais, sendo obtidos valores da ordem de nanosegundos.

Foram plotadas curvas de memresistência em função da tensão, mostrando que o memristor é um dispositivo com memória, e que o estado do dispositivo depende dos seus estados anteriores, sendo que a comutação entre os estados  $R_{on}$  e  $R_{off}$  ocorre a tensão nos terminais do memristor excede a tensão de limiar. Esses resultados foram obtidos para um memristor controlado por tensão de limiar. Foi observado que os memristores são dispositivos não-voláteis, uma vez que enquanto a tensão de limiar não foi excedida, não ocorreu a comutação entre os estados  $R_{ON}$  e  $R_{OFF}$ .

Finalmente, nas simulações, foram observados outros fenômenos anômalos característicos de circuitos memristores: a histerese da curva i-v e a ocorrência de resistência diferencial negativa. Portanto, a partir das simulações realizadas com o modelo disponível na biblioteca do NGSPICE foi possível observar todos os fenômenos relacionados ao comportamento dos memristores. Uma observação

interessante é que com o aumento da frequência, o tempo de comutação diminui, contudo, a diferença entre os estados também diminui.

## REFERÊNCIAS

CHUA, L. Memristor-the missing circuit element. **IEEE Transactions on Circuit Theory**, Sep 1971. ISSN 0018-9324.

CHUA, L.; KANG, S. M. Memristive devices and systems. **Proceedings of the IEEE**, v. 64, n. 2, p. 209–223, Feb 1976. ISSN 0018-9219.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física: volume 3 : eletromagnetismo**. LTC, 2009. (Fundamentos de física). ISBN 9788521616078. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=wpxjPgAACAAJ>>.

NGSPICE. **ngspice / ngspice / [debb5b] /examples/memristor**. 2012. Disponível em: <<http://sourceforge.net/p/ngspice/ngspice/ci/exam-gmin-diag-1/tree/examples/memristor/memristor.sp>>. Acesso em: 1 de agosto de 2014.

PERSHIN Y. V.; DI VENTRA, M. **SPICE model of memristive devices with threshold**. [S.l.]: arXiv:1204.2600, 2013.

STRUKOV, D. B.; AL et. The missing memristor found. In: **Nature**. [S.l.: s.n.], 2008.